

Liebe Leserin, lieber Leser,

vor 100 Jahren, am 11. Mai 1918, wurde in New York Richard P. Feynman geboren. Er starb 1988 in Los Angeles. Der legendäre Physiker hatte mit diversen Unendlichkeiten zu kämpfen, bevor es ihm gelang, vor 70 Jahren die „seltsame Theorie des Lichts und der Materie“ – so der Untertitel eines seiner Bücher¹ – aufzustellen, die Quanten-Elektrodynamik, kurz QED genannt. Gemeinsam mit Julian Schwinger (1918–1994) und Sin-Itiro Tomonaga² (1906–1979) nahm er 1965 den Physiknobelpreis aus den Händen des schwedischen Königs entgegen. Die QED erfasst *alles*, was im Alltag von Belang ist: die ganze Chemie und fast die gesamte Physik. Was fehlt³ sind Radioaktivität, Kernphysik – und die Schwerkraft. Ihre Vorhersagen sind inzwischen auf 10 und mehr Nachkommastellen genau, was auch ein Lob für die Kunst der Experimentatoren ist! Und dennoch ist die Mathematik der QED, jedenfalls für Mathematiker, ein Graus. Das hat mit der Behandlung von Unendlichkeiten zu tun. Feynman gab zu, die QED sei „ein Verfahren, um die Schwierigkeiten unter den Teppich zu kehren.“

Den Anstoß zur Entwicklung der QED hatte vor 90 Jahren der Physiker Paul Dirac (1902–1984) gegeben. Er passte die Quantenmechanik der Vorgänger Heisenberg (1901–1976) und Schrödinger (1887–1961) den Erfordernissen der Speziellen Relativitätstheorie an. Das änderte einiges. Das Elektron bekam einen Eigendrehimpuls (Spin) und ein Spiegelbild seiner selbst, das Positron. Prompt wurde dieses 1932 in der kosmischen Strahlung entdeckt. Gamma-Astronomen registrieren seit 40 Jahren die 511-keV-Strahlung des galaktischen Zentrums. Sie entsteht bei der Zerstrahlung (Annihilation) von Positronen! Annihilation und Teilchenerzeugung gehen auf Einsteins Konto! Teilchenerhaltung war einmal.

Der einfachste Zugang zur Quanten- ist die Himmelsmechanik. Das Atommodell von Niels Bohr (1885–1962) aus dem Jahre 1913 war ein Sonnensystem *en*

¹Der volle Titel lautet: „QED – Die seltsame Theorie des Lichts und der Materie“.

²Der japanische Physiker hatte vor dem Krieg bei Werner Heisenberg (1901–1976) in Leipzig studiert.

³Leider muss Elektronenmasse und -ladung immer noch vorgegeben werden. Sie folgen nicht aus der Theorie.

miniature: Im Zentrum ein winziger schwerer Kern, umkreist von Elektronen auf auserwählten⁴ Bahnen. Die Verwandtschaft zur Himmelsmechanik wundert nicht. Das Kraftgesetz ist das nämliche. Für Planeten gilt Newtons $1/r^2$ -Gesetz der Schwerkraft, die Bewegung von Hüllenelektronen wird beherrscht durch Coulombs $1/r^2$ -Gesetz der elektrischen Anziehung bzw. Abstoßung. Beim Wasserstoffatom mit nur einem Hüllenelektron reduziert sich die atomare Mechanik auf das Zweikörperproblem. Das Elektron beschreibt eine Keplerellipse. Allerdings erreicht es im Grundzustand $1/137$ der Lichtgeschwindigkeit. Da sollte man füglich relativistisch rechnen. (Der flinke Merkur bringt es auf nur $1/5083$ der Lichtgeschwindigkeit.) Durch die rasante Periheldrehung der Bahnellipse stieß das Bohr-Sommerfeldsche Atommodell an seine Grenzen. Mitte der zwanziger Jahre fand man sich damit ab: So etwas wie eine „Bahn“ gibt es nicht!

Interesse geweckt? Der Kosmos-Bote hat sich kundig gemacht und ist verblüfft, wie viel Gedankengut aus der klassischen Himmelsmechanik in der Quantenphysik steckt.

In der Hoffnung, nicht zuviel versprochen zu haben, wünscht eine vergnügliche Lektüre

Hans-Erich Fröhlich

Der Himmel im Mai

Venus ist Abendstern. Ihr Himmelsabstand zur Sonne wächst, und ihr Untergang erfolgt immer später, am Monatsende sogar erst nach der Sommerzeit-Mitternacht.

Mars legt an Helligkeit zu und mausert sich zum Beherrscher des Morgenhimmels. Jupiter steht am 9. Mai in Opposition zur Sonne und ist die ganze Nacht über sichtbar. Saturn, der sich auch schon in Oppositionslaune befindet, d. h., er bewegt sich bereits rückläufig unter den Sternen, steht immer früher auf, ab Monatsmitte bereits vor der Sommerzeit-Mitternacht.

⁴Damit ein Elektron durch Abstrahlung einer elektromagnetischen Welle nicht in den Atomkern hineinspiralt, was das Ende des Atoms bedeutete, wurden gewisse Bahnen als strahlungsfrei postuliert. Für die Auswahl der Bahnen ist Plancks Wirkungsquantum verantwortlich. (Im Planetensystem spielt *g r a v i t a t i v e* Strahlungsfreiheit keine Rolle, da der Bahnzerfall durch Abstrahlung von Gravitationswellen vernachlässigbar ist. Diese Entwarnung gilt nicht für schwarze Löcher, die eng umschlungen einander umkreisen!)

Himmelsmechanik + $h =$ Quantenmechanik

Angefangen hatte alles 1900 mit Plancks Formel für das Spektrum der Wärmestrahlung. Der Berliner Physiker Max Planck (1858–1947) hatte die Formel erraten und eine haarsträubende Erklärung dafür gefunden: Energie wird in Portionen nur ausgetauscht. Das war Max Plancks große Stunde! Zu seinen Ehren wird das Verhältnis aus Energie und Schwingungsfrequenz als Planck'sches Wirkungsquantum h bezeichnet. Diese neue Naturkonstante von der Dimension einer Wirkung, also Energie mal Zeit (oder auch Länge mal Impuls) misst gerade einmal $6,626176 \cdot 10^{-34} \text{ Ws}^2$. In der klassischen Physik taucht sie nicht auf.

Das Problem, das Planck löste, hatte die Physiker lange beschäftigt. Eigentlich sollte ein Körper im thermischen Gleichgewicht, also jeder Ofen in seinem Innern, jede Menge UV-, Röntgen- und γ -Strahlen abgeben, was er Gott-sei-dank nicht tut. Indem Planck mit seiner Quantenhypothese eine Unendlichkeit, eben diese Ultraviolett-Katastrophe, beseitigte, erschuf er freilich eine neue: die unendliche Vakuum-Energie. Da diese nicht von der Temperatur abhängt, konnte man davon absehen.

Das beste an Plancks Entdeckung: Sie war nicht gewollt! Die Quantenhypothese war ihm von der Natur aufgenötigt worden. Eigentlich war ihm seine eigene Hypothese wesensfremd. So etwas überzeugt! Nur fünf Jahre später sind die Planckschen Quanten für Albert Einstein (1979–1955) mehr als ein mathematischer Trick. Sie sind real! Ohne sie kein lichtelektrischer Effekt!

Die Quantenphysik macht die Welt einfacher, aber nicht verständlicher. Vorher unterschied man streng zwischen Teilchen und Wellen. Nun gilt ein Weder-Noch⁵! Die Ambivalenz drückt sich beredt in Heisenbergs Unschärferelation aus. Man kann nicht gleichzeitig Ort und Impuls eines Teilchens beliebig genau messen. (Bei einer Welle wäre es absurd, einen Ort angeben zu wollen.) Damit ist die Newtonsche Physik zumindest im Bereich des Kleinen hinfällig und exakte Vorhersagen werden unmöglich. Mehr als Wahrscheinlichkeitsangaben sind nicht drin! Ins Positive gewendet: Der Zufall erlöst uns davor, nach letzten Ursachen⁶ forschen zu müssen! Dafür wird plötzlich klar, wieso es feste Körper, die bekanntlich fast nur aus Leere bestehen,

⁵Es hängt von der Situation ab, ob der Teilchen- oder der Wellenaspekt hervortritt. Kaum jemand redet von Röntgenwellen oder Radiophotonen! Wegen der kurzen Wellenlänge von Elektronen verglichen mit Licht benutzt man das Elektronenmikroskop.

⁶Der Theologe Albert Schweitzer (1875–1965) fand das gut: Der Zufall sei „das Pseudonym, das der liebe Gott wählt, wenn er inkognito bleiben will.“

gibt: Ein Hüllenelektron kann nicht in den winzigen Atomkern stürzen und dort verbleiben. Dann wäre es ja lokalisiert und sein Impuls, also die Änderungsgewindigkeit des Ortes, völlig unbestimmt. Im nächsten Moment wäre es irgendwo! Der Kompromiss sind jene unscharfen Elektronenorbitale, von denen der Chemiker spricht. Dass die materielle Welt wegen der Orts-Impuls-Unschärfe kaum kollabieren kann, ist eine gute Nachricht.

Spannender als jeder Stoff ist das Vakuum, die Leere. Diese kann so leer nicht sein. Was für Ort und Impuls gilt, trifft auch auf Energie und Zeit zu. (Das Produkt beider ist von der Dimension einer Wirkung.) Je kürzer das Zeitintervall, desto unbestimmter die Energie. Da Energie das Produkt aus Planckscher Konstante und Frequenz ist, läuft die Energie-Zeit-Unschärfe auf etwas Bekanntes hinaus: Je länger man eine Welle beobachtet, desto genauer lässt sich ihre Frequenz (also Energie) bestimmen. Oder denken Sie an ein Pendel. Der Zustand niedrigster Energie wäre ein stehendes Pendel. Wegen der Orts-Impuls-Unschärfe kann das nicht sein. Bei Stillstand läge der Ort exakt fest, also wäre der Impuls total unbestimmt. Ein Quanten-Pendel *m u s s* eine Zitterbewegung ausführen – sogar am absoluten Nullpunkt der Temperatur! Im Zittern des Vakuums steckt Energie: Nullpunktenergie. Man muss sich das Vakuum als waberndes Etwas vorstellen, eine Art erregter Quantenflüssigkeit, die nicht anders kann, als ständig „aktiv“ zu sein. Die Leere, sie ist angefüllt mit fluktuierenden Feldern jeglicher Art, sprich Teilchen, in der Hauptsache *virtuellen*⁷ Photonen, die – ohne Grund⁸ – kommen und gehen. Im Mittel verschwindet zwar die Feldstärke, nicht aber ihr Quadrat: die (gequantelte) Energie. Dieses elektromagnetische (und sonstige) Hintergrundrauschen ist prinzipiell und unvermeidbar. (Das gleiche gilt für die Ladung. Auch sie verschwindet nur im Mittel. Im Vakuum tummeln sich kurzlebige virtuelle Elektronen, negativ wie auch positiv geladene.) Die Crux: Die Energie des Vakuums ist unendlich, da die Schwingungsfrequenzen (Energien) nach oben nicht gedeckelt sind! Man spricht - wieder - von Ultraviolettkatastrophe. (Anzapfen lässt sich dieses Energiereservoir nicht! Der niedrigste Energiezustand, der des Vakuums, ist derjenige, dem keine Energie entzogen werden kann.) Vergleicht man nur unterschiedlich große Stücke von Vakuum ist das nicht so schlimm – es gibt dann sogar interessante Effekte⁹, weil die Nullpunk-

⁷Virtuelle Teilchen sind kurzlebig und treten nach außen fast nie in Erscheinung.

⁸Das ist der Grund dafür, dass die *spontane* Emission angeregter Atome ohne Grund erfolgt.

⁹Wie den Casimir-Effekt, benannt nach dem Holländer Hendrik Casimir (1909–2000).

tenergien zwar unendlich, aber unterschiedlich¹⁰ sind –, Kosmologen aber sind an einem genauen Zahlenwert für die Vakuumenergie interessiert, da sie sich gravitativ bemerkbar macht. Möglicherweise ist nämlich das Vakuum¹¹ die treibende Kraft hinter der beobachteten beschleunigten Expansion des Kosmos. Bei der ominösen „dunklen Energie“ könnte es sich schlicht um die Nullpunktenergie des Vakuums handeln.

Wir verlassen nun das Vakuum. Kommen aber auf das Wechselspiel realer Elektronen mit dem Quantenvakuum zurück.

Die ältere Quantenmechanik orientierte sich an der Newtonschen Mechanik. Raum und Zeit waren streng geschieden. In Einsteins spezieller Relativitätstheorie sind beide zur Raum-Zeit verbandelt. Sie ist die eigentliche Bühne der Quantenwelt.

Um den interessierten Leser zu einem Ausflug in die Relativistik zu bewegen, eine Fangfrage: Um welche Strecke hat sich der geneigte Leser, der mit der Lektüre bis hierher gekommen ist, fortbewegt – wohlgemerkt in der vierdimensionalen Raum-Zeit? Ob er den Kosmos-Boten im häuslichen Sessel oder im Flugzeug liest, tut kaum etwas zur Sache. Es ist die Bewegung durch die Zeit, die zählt. In jeder Minute bewegt sich ein jeder von uns um eine Lichtminute weiter in Richtung Zukunft. Das sind pro Minute Lektüre – ca. 18 Millionen Kilometer! Da fallen die 18 Kilometer, die man im gleichen Zeitraum mit einem schallschnellen Flugzeug schaffen mag, kaum ins Gewicht. Dem Tempo, mit dem wir auf dem Zeitstrahl reisen, entspricht, salopp gesprochen, eine „Bewegungs“energie E . Sie wird gewöhnlich ignoriert, ist aber, weil die Zeit so schnell verfliegt, enorm: $E = m \cdot c^2$ – immerhin 1,5 Billionen kWh bei einem normalgewichtigen Menschen! –, wobei m die Masse und c die Lichtgeschwindigkeit bedeuten. Wie der treue Leser bereits weis, ist auch bei Einsteins nicht alles relativ. Der Ereignisabstand in der vierdimensionalen Raum-Zeit beispielsweise ist absolut, d. h. unabhängig vom Bewegungszustand des Betrachters. Bloß die räumliche bzw. zeitliche Projektion, also Länge und Zeitdauer, sind es nicht: Zeit kann man dehnen,

¹⁰Beim Zusammenpressen von Vakuum kann diese Differenz „herausgeschlagen“ werden.

¹¹Die Fundamentalphysik kennt eigentlich nur ein Thema: den leeren Raum. Früher dachte man ihn sich mit einem elastischen Stoff gefüllt, dem Äther, als Träger des Lichts („Ätherwellen“). Der ist seit Albert Einsteins Relativitätstheorie von 1905 obsolet. Inzwischen ist er, unter anderem Namen, wieder da: als kosmologische Konstante oder, mit Bezug auf antike Vorstellungen, als Quintessenz. Da es (im dreidimensionalen Raum) fünf Platonische Körper gibt, aber nur vier Elemente, führte man flugs aus Gründen der Symmetrie ein fünftes Wesen ein, daher Quintessenz!

Länge stauchen. Vergleichbares trifft auf den (drei-dimensionalen) Impuls p und die (ein-dimensionale) Energie E zu. Unabhängig davon, ob man ein freies Elektron vorbeihuschen sieht, sich mit diesem mitbewegt, oder es sogar hinter sich lässt, ist der folgende Ausdruck¹² eine Erhaltungsgröße:

$$(m_0 \cdot c^2)^2 = E^2 - c^2 \cdot p^2,$$

wobei m_0 die Ruhemasse eines Elektrons ist. Daraus ergibt sich für die Energie $E = \pm \sqrt{(m_0 \cdot c^2)^2 + c^2 \cdot p^2}$. Für kleine Geschwindigkeiten $v (= p/m)$ gilt näherungsweise $E \approx m_0 \cdot c^2 + \frac{1}{2} m_0 \cdot v^2$. Bis auf die Konstante $m_0 \cdot c^2$ ist dies der übliche Ausdruck für die kinetische Energie einer Masse, die sich mit der (kleinen!) Geschwindigkeit v bewegt. (Falls Sie schon immer wissen wollten, woher der Faktor $1/2$ bei der kinetischen Energie kommt, er folgt aus der Näherung $\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{1}{2}x$ für $x \ll 1$.)

Wozu das alles? Nun, es gibt keinen Grund, die negative Lösung auszuschließen. Der Wurzelausdruck erlaubt beide Vorzeichen. Zwischen dem niedrigsten Zustand positiver Energie und dem höchsten negativer Energie klafft eine Lücke von $2 \cdot m_0 c^2$. Das Problem: Ein Elektron positiver Energie könnte spontan, unter Abgabe eines Lichtquants, in den Bereich negativer Energien springen. Da dieser unergründlich ist, würde beim Fall ins Bodenlose unendlich viel Energie freigesetzt werden. Dies zu verhindern müssen alle Zustände negativer Energie bereits mit (zwei) Elektronen besetzt sein. Aus dem Vakuum, der Leere, wird so der „Dirac-See“, angefüllt mit unendlich vielen Elektronen negativer Energie! Die relativistische Formulierung der Quantenmechanik eröffnete eine weitere ungewohnte Sicht auf das Vakuum!

Sollte ein Energiezustand unter „Normal Null“ unbesetzt sein, gäbe es ein „Loch in der Leere“. Eine fehlende negative Ladung ist eine positive, fehlende negative Energie positive Energie¹³. Die Fehlstelle im Elektronensee hat einen Namen: Positron¹⁴. Um das Nichts wieder herzustellen muss man ein Elektron

¹²Eine Gleichung sagt oft mehr als 1000 Worte. Es kommt im folgenden aber nur auf das \pm bei der Energie an.

¹³Alles eine Frage des Bezugspunktes! Man bilde die Differenz zweier Dirac-Seen, einmal mit Loch und einmal ohne. Beim Abziehen verschwinden wie durch Zauberhand die Unendlichkeiten. Übrig bleiben eine positive Elementarladung und eine Elektronenmasse. Das Rechenkunststück heißt Renormierung. Das Problem mit der Ladung des Vakuums kann man auch mit einem weiteren Dirac-See, einem aus Positronen, lösen.

¹⁴Wem die Vorstellung vom Positron als Blase im Dirac-See missfällt, der mag Gefallen daran finden, statt dessen von einem gewöhnlichen Elektron zu sprechen, das sich in der Zeit zurück bewegt. Elementarprozesse kennen keine Reibung und per se keine ausgezeichnete Zeitrichtung. Es gibt immer mehrere Möglichkeiten, die Dinge zu betrachten!

hinzutun. Zwei γ -Blitze von wenigstens jeweils 511-keV, der Ruheenergie eines Elektrons, künden von der Annihilation: dem Fall eines Elektrons ins Loch. Umgekehrt vermag ein MeV- γ -Quant aus dem Dirac-See ein Elektron herauszuschlagen, wobei ein Positron positiver Energie entsteht.

Der Dirac-See ist gewöhnungsbedürftig, zumal die Geschichte mit dem Hilbertschen Hotel lehrt, dass man das Unendliche nicht füllen kann: Alle Elektronen negativer Energie könnten ja eine Energiestufe nach unten springen. Das schüfe Platz für ein weiteres Elektron negativer Energie und unendlich viel Strahlungsenergie würde außerdem frei. (Es sei denn, Energie wäre generell begrenzt.) Tatsache ist, Antimaterie existiert! Die Vorhersage der Löchertheorie traf voll zu! Was will man mehr?

Was nun noch kommt, ist eher rechentechnischer Art. In der QED tauschen Ladungen virtuelle Photonen¹⁵ aus. Das ist der quantenphysikalische Ursprung der Coulomb-Kraft. (Dass dabei kurzzeitig gegen das Gesetz der Energieerhaltung verstoßen wird, ist hinnehmbar. Die geborgte Energie E wird ja, sofort, d. h. nach h/E Sekunden, zurückerstattet.) Probleme bereiten dabei (a) das „virtuelle Gewusel“ im brodelnden Vakuum – so ein Elektron verändert (polarisiert) das Vakuum, das seinerseits „zurückschlägt“, d. h., das Elektron hin- und herschupst – und (b) die Punktförmigkeit *e c h t e r* Elementarteilchen.

Bestimmt erinnern Sie sich: Als es im Physikunterricht um Elektrizität und das Coulomb-Gesetz ging, wurde zur Veranschaulichung und Berechnung eine harmlose „Probeladung“ bemüht, etwas, das lediglich reagiert und ansonsten nicht stört. Dass die Punktladung selbst zum elektrischen Feld beiträgt und bei Beschleunigung gegen das eigene Feld „antritt“, wurde tunlichst unterschlagen. Das Unendliche, welches in der Selbstwechselwirkung einer punktförmigen Probeladung mit dem eigenen Feld lauert, hätte den Gang des Unterrichts gestört.

Die schwarzen Löcher hätten uns warnen müssen! Es handelt sich bei diesen zwar nicht um elektrisch geladene Punkte, aber um punktförmige Gravitationsladungen. (Inzwischen können wir sogar das Verschmelzen derartiger Löchern unmittelbar anhand von Gravitationswellen minutiös verfolgen.) Die Einsteinsche Theorie der Schwerkraft, die Allgemeine Relativitätstheorie, hat leider die Singularität, die schon in Newtons $1/r^2$ -Gesetz steckt, nicht ver-

¹⁵Bei der starken Kernkraft handelt es sich um den Austausch von Gluonen zwischen Quarks, die zusätzlich zur elektrischen Ladung noch eine sog. Farbladung tragen. Die Theorie heißt deshalb Quantenchromodynamik (QCD). Sie ähnelt formal der QED.

hindern können. Sie sorgt lediglich dafür, dass sie sich nicht „nackt“ dem außenstehenden Betrachter präsentiert! Ein Ereignishorizont befreit von der Notwendigkeit, sich ernstlich mit ihr zu befassen. (Wer unbedingt Bekanntschaft mit einem mathematischen Massepunkt machen möchte, kann sich ja hineinfallen lassen.)

Und beim Elektron? Da gibt es leider keinen solchen barmherzigen Paravent. Allerdings ist das „nackte“ Elektron schamhaft. Es umgibt sich mit einer Wolke virtueller Photonen und Elektron-Positron-Paaren. Um diese Wolke geht es, um deren Masse, deren Ladung! Man kann sich zwar dem „Ding an sich“ nähern, durch bessere räumlich-zeitliche Auflösung, sprich bei höheren Energien, aber das mag die Natur gar nicht und wehrt sich dagegen mit der Unbestimmtheitsrelation: Impuls und Energie sind bei Annäherung nicht zu bändigen, werden theoretisch unbeherrschbar.

Wie aus der Himmelsmechanik bekannt, sind beim Atom die gegenseitigen Störungen der Hüllenelektronen zu berücksichtigen, und es fragt sich – wie in der Himmelsmechanik –, ob die störungstheoretische Reihenentwicklungen überhaupt zu sinnvollen endlichen Ergebnissen führen. Erschwerend kommt hinzu, dass nun das Vakuum mit seinen virtuellen Teilchen auch noch mitmischet. Angesichts der Punktförmigkeit der Elektronen und dem Damoklesschwert der Selbstwechselwirkung¹⁶ waren die mathematischen Probleme vorprogrammiert.

Den drei Physik-Nobelpreisträgern von 1965 ist es gelungen, der Unendlichkeiten Herr zu werden. Insbesondere Feynmans Pfadintegral-Ansatz erweist sich als recht anschaulich – für den Himmelsmechaniker!

Dazu muss man wissen, Himmelsmechanik gibt es in zwei Ausführungen: Man kann sie, lokal, auf der Ebene der Kräfte betreiben – als Newtonsche Himmelsmechanik – oder aber, global, auf der abstrakten Ebene eines Extremalprinzips. Planeten bewegen sich just so, dass die aufsummierte Wirkung längs ihres Pfads, das Produkt aus Energie mal Zeit, minimiert¹⁷ wird. Dieses himmelsmechanische Extremalprinzip sollte seine wirkmächtigste Entfaltung in Feynmans QED finden.

¹⁶Ein Elektron sendet ein Photon aus und absorbiert es sofort wieder.

¹⁷Das Prinzip der kleinsten Wirkung geht auf Pierre Louis Moreau de Maupertuis (1698–1759) zurück. Seine vollendete Fassung erhielt es von William Rowan Hamilton (1805–1865). Die Bezeichnung „kleinste Wirkung“ ist nicht ganz korrekt. Es könnte sich auch um ein Maximum handeln. Jedenfalls ist die tatsächlich durchlaufene Bahn, diejenige, bei der die kleinen Abweichungen nichts an der Gesamtwirkung ändern.

Derartige Extremalprinzipien sind dem Optiker nichts neues. Anstatt sich mit Brechungsgesetz und Einfallswinkel gleich Ausfallswinkel herumzuplagen, kann er davon ausgehen, dass Licht immer den schnellsten Weg nimmt. Alles andere, Brechungs- wie Spiegelungsgesetz folgen aus diesem Fermatschen¹⁸ Prinzip der Strahlenoptik.

Um zu berechnen, wie wahrscheinlich es ist, ein Elektron aus A nach gewisser Zeit in B anzutreffen, muss man nach Feynman *a l l e* Pfade zwischen A und B in Betracht ziehen, sogar ausgefallene wie Abstecher in die Vergangenheit. Durch destruktive Interferenz, wie sie bei Wellen auftritt, heben sich in B letztlich jene Beiträge auf, die von Irrwegen herrühren (weshalb man diese nicht von vornherein weglassen darf!). Die Idee, die Wirklichkeit als Überlagerung „alternativer Realitäten“ zu denken, ist genial einfach, die Ausführung eine Mammutaufgabe: Es müssen im Prinzip alle Ereignisketten, die von A nach B führen, berechnet werden, für jeden Punkt der Raum-Zeit! Das sind Myriaden von Möglichkeiten! Am Schluss ergibt sich durch Quadrieren der Wellenfunktion die gesuchte Wahrscheinlichkeit. Die Übersicht wird gewahrt durch sog. Feynman-Diagramme. Die kryptischen Zeichnungen, die mathematische Störungsterme symbolisieren, skizzieren die Bewegung von Teilchen durch Raum und Zeit und was ihnen dabei zustößt. (Es wird erzählt, Feynman sei so angetan von diesen Diagrammen gewesen, dass er sie auf seinen Campingwagen gemalt hat.) Mit steigender Komplexität, d. h. Anzahl der Ereignispunkte, wo etwas geschieht, sinkt die Wahrscheinlichkeit des dargestellten Prozesses. Schlimm wird's, kommen sich zwei Ereignispunkte zu nahe . . .

Dazu gibt es ein optisches Analogon. In der Wellenoptik herrscht das Huygens-Fresnel'sche Prinzip¹⁹: Alle nicht durch Blenden im Strahlengang verbotenen Lichtwege sind zu überlagern. Die Beugungstheorie des Lichts beseitigte auf einen Schlag die Unendlichkeiten, Kaustiken²⁰, der Strahlenoptik!

Die offensichtliche Analogie zwischen klassischer Prinzipienmechanik und Wellenoptik veranlasste 1833 den irischen Astronomen William Rowan Hamilton (1805–1865), Teilchen- und Wellenbild zu vereinen: Teilchenbahnen sind für ihn die Kurven, die Wellenfronten senkrecht schneiden. Dass die Hamilton'sche Himmelsmechanik Geburtshelfer²¹ der Quantenmechanik wurde, ist nicht verwunderlich.

¹⁸Pierre de Fermat (1601–1665)

¹⁹Christiaan Huygens (1629–1695), Augustin Fresnel (1788–1827)

²⁰bekanntestes Beispiel: Brenn„punkt“

²¹Die Gesetze der Quantenmechanik lassen sich durch gewisse Ersetzungsregeln, die die Planck'sche Konstante h enthalten, formal aus den Gesetzen der Himmelsmechanik

Angewandt aufs Sonnensystem räumte die Feynman'sche Sicht den Wandelsternen, Monden etc. mehr Freiheit ein. Sie müssen nicht mehr exakt auf dem Pfad der geringsten Wirkung wandeln! Abweichungen, alternative Pfade, sind erlaubt, sofern deren aufsummierte Wirkung um weniger als, sagen wir, ein Planck'sches Wirkungsquantum h vom Idealpfad abweicht. Angesichts der Winzigkeit von $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Js}^2$ – spielt das im planetaren Maßstab nicht die geringste Rolle, im atomaren schon.

Wo geht eigentlich die mikroskopische Welt in die makroskopische über? Die Frage ist berechtigt. Im interstellaren Raum, wo die Dichte gering und Störungen durch Nachbaratome kaum eine Rolle spielen, haben Radioastronomen 1965 erstmals Monster-Atome des Wasserstoffs ausfindig gemacht, sog. Rydberg-Atome²². Das Bohr'sche Atommodell kennt keine äußere Grenze. Der Radius wächst mit dem Quadrat der Hauptquantenzahl! Im Grundzustand ist ein H-Atom zwar nur 10^{-8} cm groß, bei Quantenzahlen über 100 erreicht es bereits eine stattliche Größe von μm ! Solche „aufgeblähten“ Atome können im Rahmen des Bohr'schen Planetenmodells vom Atoms gut beschrieben werden.

Seiner Bemerkung, man habe das Problem mit den Unendlichkeiten lediglich durch ein systematisches Vorgehen geschickt „unter den Teppich gekehrt“, hatte Feynman orakelnd hinzugefügt: „Vielleicht wird es darunter bleiben – vielleicht aber auch nicht.“

Unendlichkeiten waren bisher stets ein Zeichen, dass etwas nicht stimmt. In einer *vollständigen* Theorie aller Wechselwirkungen, so die Hoffnung, sollten diese verschwinden. „Vollständigkeit“ könnte auch die Gravitation als die mit Abstand schwächste Kraft einschließen. Die Crux mit der Gravitation ist, dass die beste Theorie, die wir haben, Einsteins Allgemeine Relativitätstheorie, notorisch „störrisch“ ist: So trägt das Schwerefeld selbst zur Schwere bei. Man kann sich der Unendlichkeiten dort nicht auf die gleiche Weise entledigen wie in der QED. Andererseits scheinen sog. Stringtheorien, die z. Z. *en vogue* sind, die Einbeziehung der Gravitation geradezu zu erfordern. Bei diesen Strings handelt es sich nicht mehr um Punkte – was an sich schon ein Fortschritt ist –, sondern um winzigste vibrierende Fädchen, gespannte Saiten, in hoch-dimensionalen Räumen. Den Schwingungszuständen entsprechen Teilchen.

Die Quantengravitation deckelt auf jeden Fall die Energie²³. Sie kennt eine

gewinnen.

²²Bei einem Rydberg-Atom befindet sich ein Elektron weitab vom Kern und den anderen Elektronen in einem nur noch lose gebundenen Zustand.

²³Der sog. Planck-Energie von $2,0 \cdot 10^9 \text{ Js}$ ($= 1,2 \cdot 10^{19} \text{ GeV} \approx 10^{19}$ Protonmassen)

n a t ü r l i c h e kleinste Länge ($1,6 \cdot 10^{-35}$ m) und – dividiert durch die Lichtgeschwindigkeit – kürzeste Zeitspanne ($5,4 \cdot 10^{-44}$ s). (Bisher hatte man mehr oder weniger *ad hoc* cut-offs²⁴ in die Theorie eingebaut.) Ein „Durch-Null-Dividieren“ wäre bei einer g r a n u l a r e n Raum-Zeit nicht mehr möglich. Die Physik reduzierte sich bei Verwendung von Planck-Einheiten wieder aufs Zählen! Die mathematische Mächtigkeit des Raum-Zeit-Kontinuums (und damit eines physikalischen Feldes) wäre dann nicht mehr die der reellen Zahlen. (Mit den höheren Unendlichkeitsgraden jenseits von \aleph_c hatte man ohnehin nichts am Hut.)

entspricht eine Masse von $2,2 \cdot 10^{-5}$ g, vergleichbar der Masse einer Hausstaubmilbe. Der Dirac-See wäre dann endlich nicht mehr bodenlos!

²⁴So hatte Werner Heisenberg 1938 die Einführung einer kleinsten fundamentalen Länge vorgeschlagen, unterhalb derer die bisherige Physik versage.