

Liebe Leserin, lieber Leser,

vor 275 Jahren, am 25. Januar 1736, wurde in Turin Joseph Louis Lagrange (gest. 1813) geboren. Er sollte ein berühmter Mathematiker und Himmelsmechaniker werden. Er war so berühmt, dass es dem preussischen König Friedrich II. erst nach mehreren Anläufen gelang, den Gelehrten als Nachfolger Leonhard Eulers (1707–1787) an die „Königliche Akademie der Wissenschaften“ zu verpflichten. Den Tipp hatte der König von D’Alembert (1717–1783), einem anderen berühmten Mathematiker. Dieser hatte im schmeichlerischen Tone vorgeschlagen, „der bedeutendste König Europas solle an seinem Hofe den bedeutendsten Mathematiker beherbergen“.

Friedrich war auf Euler sauer, weil die Fontänen von Sanssouci nicht gen Himmel schossen wie jene im Schlosspark von Versailles. Doch daran war nicht Euler schuld, sondern preussische Sparsamkeit. Geiz gepaart mit Dilettantismus vereitelte Friedrichs Fontänen.

Lagrange war ein brillanter Himmelsmechaniker. Auf ihn gehen die sog. Lagrange-Punkte im eingeschränkten Drei-Körper-Problem zurück. Das nun führt schnurstracks zu den sog. „Trojanern“ im Sonnensystem, einer himmelsmechanischen Kuriosität, aber auch zu den Parkpositionen gewisser Satellitenobservatorien im All.

Eines 400. Geburtstages gäbe es auch zu gedenken. Am 28. Januar 1611 wurde in Danzig Johannes Hevelius (gest. 1687) geboren. Er diente seiner Vaterstadt auf vielfache Weise: als Zunftmeister der Bierbrauer, Ratsherr und Bürgermeister. Als Astronom hatte er Weltgeltung. Er erstellte u. a. Mondkarten.

2011 hat viele offizielle Facetten: International ein „Jahr der Wälder“, europäisch ein „Freiwilligenjahr“, national ein „Jahr der Gesundheit“.

Ein gesundes neues Primzahljahr wünscht Ihnen

Ihr Hans-Erich Fröhlich

Der Himmel im Januar

Highlight des Monats ist die partielle Sonnenfinsternis am Morgen des 4. Januar. Im Norden Deutschlands erreicht der maximale Bedeckungsgrad 80%. Er wird eine gute Stunde nach Sonnenaufgang erreicht. Die Sonnensichel steht also sehr tief. Trotzdem ist der Blick in die Sonne mit ungeschützten Augen gefährlich! Am ungefährlichsten ist das Projektionsverfahren. Das Sonnenbild entsteht dabei hinter dem Okular eines Fernrohrs auf einem Schirm und kann dort gefahrlos betrachtet werden.

Am 8. Januar ist der Morgenstern halb zu sehen. Die Halbvenus erreicht mit 47° ihre größte westliche Elongation. Da sie sich von uns entfernt, wird sie scheinbar kleiner und ihr Glanz lässt – obgleich sie voller wird – allmählich nach.

Jupiter beherrscht den Abendhimmel. Gegen Monatsende geht er allerdings bereits vor 22 Uhr im Westen unter.

Saturn ist im Kommen. Er strebt seiner Opposition Anfang April entgegen. Ende Januar geht er bereits vor Mitternacht auf.

Anfang des Jahres kommt die Erde auf ihrer leicht elliptischen Bahn der Sonne am nächsten. Die Sonne steht dann besonders groß am Firmament. Dieses Jahr durchläuft die Erde ihr Bahnperihel am 3. Januar, gegen 20 Uhr.

Joseph Louis Lagrange

Lagrange wuchs in Turin auf, der Hauptstadt des Königreiches Sardinien. Sein Vater war Kriegsschatzmeister. Er hatte sich allerdings verspekuliert gehabt und aus war's mit *dolce vita*. Das hatte sein Gutes: Der Sohn musste lernen, auf eigenen Beinen zu stehen. Zur Mathematik fand er eher zufällig. Er war auf eine optisch-mathematische Abhandlung Halleys (1656–1742) gestoßen, was sein Interesse weckte. Er war noch keine 19, da hatte er bereits eine Mathematikprofessur an der königlichen Artillerieschule inne.

Mit 25 Jahren galt er als der bedeutendste lebende Mathematiker. (Er hatte u. a. die Variationsrechnung erfunden gehabt.) Mit 28 fand er heraus, warum uns der Mond immer die gleiche Seite zuwendet. Mit 30 ging er nach Berlin, wo er es zwei Jahrzehnte „aushielt“. Er, der Südländer, klagte immer über das raue Klima. Seine erste Frau, eine Cousine, soll sogar an der berühmten „Berliner Luft“ gestorben sein. Geheiratet hat er nur, weil er dies angesichts

seines labilen Gesundheitszustandes für heilsam hielt. Lagrange laborierte an einem Gallenleiden und neigte zu Melancholie.

Letzteres machte ihm das Sterben leicht: Zwei Tage vor seinem Tod beschreibt er Freunden, wie ihn die Kräfte verließen: „Mit Vergnügen betrachte ich das stufenweise Schwinden meiner Kräfte, ...“ Weiter: „ja ich wollte sterben und fand Vergnügen daran, aber meine Frau wollte es nicht. In diesen Augenblicken hätte ich lieber eine weniger gute Frau gehabt, die nicht so sehr besorgt gewesen wäre, meine Kräfte wiederherzustellen, und die mich mein Leben hätte sanft beschließen lassen. Meine Laufbahn ist vollendet, ich habe einige Berühmtheit in den mathematischen Wissenschaften erlangt, ich habe Niemanden gehasst, nichts Übles getan und muss mein Leben enden. Doch meine Frau hat es nicht gewollt.“ (Quelle: G. Kowalewski, Große Mathematiker (1937))

Doch zurück ins Jahr 1787. Der König starb, und die Akademiker verließen fluchtartig Berlin. Der Nachfolger, Friedrich Wilhelm II., eine Neffe des „Alten Fritz“, hatte nichts für die Wissenschaften übrig. Im Gegenteil: Er huldigte dem Okkultismus und der Alchemie.

Lagrange ging nach Paris, wo er von Ludwig XVI. mit offenen Armen empfangen wurde. Er überstand die Wirren der Französischen Revolution. Hoch geehrt fand er seine letzte Ruhestätte im Panthéon.

Trojaner

Lagrange versuchte sich am Drei-Körper-Problem der Himmelsmechanik. Das beschäftigte die Leute damals. Wie sich zwei Himmelskörper unter dem Einfluss der gegenseitigen Anziehung bewegen, wusste man – sie umrunden den gemeinsamen Schwerpunkt auf ähnlichen Keplerellipsen. Doch was, gesellt ein dritter sich hinzu? Um es nicht zu kompliziert zu machen, dachte man sich diesen als Probeteilchen. Es sollte sich zwar unter dem Einfluss der beiden Hauptkörper bewegt, nicht aber auf diese zurückwirken. Außerdem sollte sich alles in einer Ebene abspielen. Mit diesen Einschränkungen kam man selbst ohne Computer ein Stück weiter.

Denken Sie sich Kreisbahnen, und ein rotierendes Koordinatensystem, das an beiden Hauptkörpern befestigt ist. In einem solchen stehen die beiden Hauptmassen fest. Und das Probeteilchen? Es wird sich im allgemeinen bezüglich der beiden Hauptkörper bewegen. Es gibt allerdings, wie Lagrange

1772 herausfand, genau fünf Punkte in der Bahnebene, wo ein Probeteilchen ebenfalls feststeht, fixiert ist. Das sind die berühmten fünf Librations- (Gleichgewichts-) bzw. Lagrange-Punkte. Dort halten Anziehungskräfte und Fliehkraft einander die Waage. Die Lagrange-Punkte wurden in Berlin entdeckt!

Beispiel: Erde-Mond-System. Drei dieser Punkte liegen auf der Geraden, die durch Erde und Mond geht. Der Punkt L_1 liegt – von uns aus gesehen – vor dem Mond, L_2 hinterm Mond und L_3 in einem dem Monde gegenüber liegenden Punkt seiner Bahn. Die beiden restlichen Punkte liegen ebenfalls auf der Mondbahn, eilen aber dem Mond – von der Erde aus gesehen – um 60° voraus (L_4) bzw. folgen im 60° Abstand (L_5). Probeteilchen in diesen fünf Punkten haben exakt die gleiche Umlaufzeit wie der Mond. Wieso? Nehmen wir L_1 . Sein Abstand von der Erde misst 59 800 km weniger als der Mondabstand. Ohne den Mond wäre die Umlaufzeit kürzer als ein Monat. Der Mond indes nimmt der Erde etwas von ihrer Schwere. Seine Attraktion ist von der Erde hinweggerichtet. Die Umlaufzeit ist somit ein wenig länger als erwartet, ein Monat eben. L_2 ist 62 700 km hinterm Mond. Ein Probeteilchen dort bekommt die geballte Anziehungskraft von Erde und Mond zu spüren. Die Umlaufzeit ist damit kürzer als dies ohne Mond der Fall wäre. Kurz: In allen fünf Lagrange-Punkten ist die Umlaufzeit genau ein Monat. Da das Bezugssystem sich genau mit dieser Periode dreht, erscheint ein Probeteilchen in einem Lagrange-Punkt bewegungslos.

Lagrange's Punkte haben Eingang in die Literatur gefunden. Jules-Verne-Leser kennen L_1 aus der „Reise zum Mond“ (1864). (Wobei Jules Verne ein Irrtum unterlaufen ist. In einem Geschoss herrscht immer Schwerelosigkeit, nicht bloß im L_1 .) Und war es gänzlich ausgeschlossen, dass nicht im L_3 des Sonne-Erde-Systems, bei der „Gegenerde“, eine Armada feindlicher Raumkreuzer zum Schlag gegen die Erde ausholt – hinter der Sonne und somit unserem wachsamem Auge verborgen? (Heutzutage können wir mit interplanetaren Raumsonden natürlich auch jenen Punkt einsehen.)

In der Tat spielen die Lagrangepunkte in der Raumfahrt eine Rolle. Die Sonnensonde SOHO befindet sich auf der Verbindungslinie Sonne-Erde im Punkt L_1 . Der Nachfolger des Hubble-Raum-Teleskops wird in L_2 positioniert werden, dort, wo sich bereits Herschel und Planck aufhalten.

Physiker lieben die Potentialdarstellung (Quelle: LP.Hoogi.de): Berge und Täler veranschaulichen bildhaft, wohin die Reise geht – wie beim Murrspiel. Da geht's den Berg hinunter in die nächste Potentialsenke. Ist der

Schwung nur groß genug, geht's auch wieder aus der Senke hinaus. Im mitrotierenden Bezugssystem gesellt sich zur Schwerkraft die Fliehkraft. Beide zusammen bilden das *effektive* Potential. Die Lagrange-Punkte L_1 bis L_3 markieren Sattelpunkte der Potentialwelt. Diese sind von Natur aus instabil (in radialer Richtung). Dort stationierte Raumflugkörper müssen durch gelegentliche Korrekturmanöver am „Ausbüchsen“ gehindert werden.

Und L_4 und L_5 ? Beide markieren Maxima im effektiven Potential, Hügelkuppen. Widersinnigerweise sind gerade diese himmelsmechanisch stabil (sofern sich die beiden Hauptakteure massenmäßig hinreichend voneinander unterscheiden)! Der Grund: die Corioliskraft¹. Sie taucht in der Potentialdarstellung nicht auf, weil sie keine Potentialkraft ist. Es stimmt: Eine anfänglich in L_4 oder L_5 ruhende Probemasse, wird irgendwann den Potentialberg hinabfallen. In dem Maße, in dem sie dabei an Fahrt gewinnt, bewirkt die Corioliskraft, die von der Geschwindigkeit abhängt, eine seitliche Ablenkung. Der Potentialhügel wird umrundet (sog. Kaulquappenorbit) als ginge von dem Lagrange-Punkt eine magische Anziehung aus. Gefangen von der Corioliskraft, pendelt das Teilchen um L_4 bzw. L_5 , zuweilen sogar zwischen beiden (sog. Hufeisenorbit).

Ist das bloß Mathematik? Was Lagrange's geistigem Auge an Möglichkeit vorschwebte, sah der Heidelberger Himmelsfotograf Max Wolf von der Badischen Landessternwarte 1906 mit eigenen Augen. Der Asteroid Achilles (588) eilt dem Jupiter auf dessen Bahn um 60° voraus. Er pendelt um den L_4 -Punkt des Sonne-Jupiter-Systems. Inzwischen kennt man weitere 1800 Asteroiden, die Mehrzahl, wie Achilles, im „griechischen Lager“, der Rest bei den Troern, d. h. nahe L_5 . Es hat sich eingebürgert, alle Himmelskörper in einer sogenannten 1 : 1 Bahnresonanz als Trojaner zu bezeichnen. „1 : 1“ heißt Gleichheit der Umlaufzeiten. (Jupiter und Saturn befinden sich in einer 5 : 2 Resonanz: Auf fünf Jupiterumläufe kommen zwei Saturnumläufe.) Max Wolf hat übrigens selbst noch zwei weitere Trojaner beigesteuert: 1908 den Nestor (659) und 1917 den Priamus (884).

¹Für West- und Mitteleuropäer ist die Corioliskraft Alltag. Keine Wetterkarte ohne ihre Einmischung! Sie bewirkt, dass der Druckausgleich zwischen Hoch- und Tiefdruckgebieten eben nicht geraden Weges erfolgt. Die ewigen Wetterwirbel, sie sind der Corioliskraft geschuldet.

Sollten Sie an einem Spielplatz vorbeikommen, und es sieht Sie gerade niemand, besteigen Sie doch einmal so eine drehende Scheibe, ein Art Karusell, und versuchen Sie, sich *geradewegs* zur Drehachse vorzukämpfen. Es ist nicht nur die Fliehkraft, die Sie überwinden müssen!

Inzwischen kennt man Trojaner nicht nur links und rechts vom Jupiter. Mars und Neptun halten sich ebenfalls Trojaner. Die sieben Neptun Trojaner – bis auf einen alle beim L_4 des Sonne-Neptun-Systems – sind nur die Spitze des Eisbergs. Es handelt sich bei diesen um 100-km-Brocken! Nur ein einziger Jupiter-Trojaner, Hektor² (624), kommt da heran. Kleinere Asteroiden könnte man in dieser Entfernung auch kaum aufspüren. Vermutlich tummeln sich in jener himmelsmechanischen Nische mehr Asteroiden als im gesamten Asteroidenhauptgürtel zwischen Mars und Jupiter! Der L_5 -Punkt ist noch unerforscht. Milchstraßengegend! Vor diesem Sternngewimmel nach Trojanern zu suchen, ist nahezu aussichtslos. Aber das wird sich in wenigen Jahrzehnten ändern – Neptun wandert weiter. Außerdem, fliegt nicht 2014 die Pluto-Sonde „New Horizons“ am L_5 vorbei? Vielleicht wird sie ja fündig.

Dass Saturn sich keine Trojaner hält, hängt mit der erwähnten 5 : 2 Resonanz zusammen. Die gravitative Störung durch den gewaltigen Jupiter beschränkt die Lebenserwartung eines Saturntrojaners auf wenige Hunderttausend Jahre. Das Drei-Körper-Problem ist ja nur eine Idealisierung. Es ist nicht nur Jupiter, der stört. Es gibt im Sonnensystem keinen Ort, der sicher ist! (Deshalb entvölkern die Trojanerpopulationen im Laufe der Zeit. Schätzungsweise gehen z. Z. pro Jahrmillion etwa 50 Jupitertrojaner größer als ein Kilometer verloren. Sie füllen das Reservoir kurzperiodischer Kometen auf.)

Aber dafür gibt es im Mondsystem des Saturn jede Menge kleiner Trojanermöndchen. Doch darüber, wie auch über Erdtrojaner, ein ander Mal!

Schließen möchte ich mit trojanischem Staub. Vor 55 Jahren glaubte der polnische Astronom Kazimierz Kordylewski (1903–1981) bei L_4 und L_5 im Erde-Mond-System Staubwolken gesehen zu haben. Sie sollen etwa so groß wie die Erde sein, d. h. etwa 2° am Himmel ausmachen, aber nur halb so hell wie der sog. Gegenschein sein. Kordylewskis Staubmonde sorgten seinerzeits für erhebliches Aufsehen. Himmelsmechanisch gelten die beiden Punkte wegen des relativ kleinen Masseverhältnisses Erde/Mond und des störenden Einflusses der Sonne als wenig stabil. Wie ich hörte, soll eine mit einem Iontriebwerk ausgerüstete Raumsonde aus Stuttgart das Rätsel um die Staubmonde der Erde lösen helfen.

Die Himmelsmechanik ist eine alte Disziplin – mit ihr begann der Siegeszug der Physik –, aber keine veraltete. Joseph Louis Lagrange konnte nicht ahnen, welche Bedeutung seine fünf „ausgewogenen“ Punkte einstens haben würden.

²Hektor leistet sich sogar einen eigenen Mond.