

1. Jedes hinreichend mächtige, rekursiv aufzählbare formale System ist entweder widersprüchlich oder unvollständig.
2. Jedes hinreichend mächtige konsistente formale System kann die eigene Konsistenz nicht beweisen.

Kurt Gödel (1906–1978)

Liebe Leserin, lieber Leser,

fangen wir mit den Geburtstagen an. Da wäre zu nennen der 450. Geburtstag des späteren kaiserlichen Mathematikers Johannes Kepler. Er wurde am 27. Dezember 1571 in Weil der Stadt im Württembergischen geboren und starb 1630 in Regensburg. (Das julianische Geburtsdatum fällt noch in die Zeit vor der Kalenderreform durch Papst Gregor XIII. im Jahr 1582.) Zu seinen Leistungen auf dem Gebiet der Astronomie wäre eine Menge zu sagen, hier sei lediglich angemerkt, dass er das Rechnen mit Napier'schen Logarithmen in Deutschland propagiert hat. Dadurch wurde, wie es so schön heißt, „das Leben des Astronomen verdoppelt“! Aufwendige „Punkt“-Rechnungen und sogar das Potenzieren bzw. Wurzelziehen wurden auf „Strich“-Rechnungen zurückgeführt. In diesem Zusammenhang sei eines weiteren runden „Geburtstags“ erwähnt: 400 Jahre Rechenschieber! Als Erfinder dieses nützlichen Geräts, das noch vor 50 Jahren¹ allgegenwärtig war – sogar auf Mondflügen –, gilt der Engländer Edmund Gunter (1581–1626). Der „Gunter“, noch ohne bewegliche Zunge, soll in der Seefahrt bis Anfang des 20. Jh. in Gebrauch gewesen sein. Der erste Rechenschieber, der den Namen „Schieber“ verdient, war eine Rechenscheibe und geht auf einen anderen englischen Geistlichen zurück, William Oughtred (1574–1660).

Am 4. Dezember jährt sich der Geburtstag von Ernst Wilhelm (Guillaume) Leberecht Tempel zum 200. Male. Der Lithograf aus Niedercunnersdorf war als Astronom erfolgreich. Er entdeckte den Merope-Nebel in den Plejaden sowie fünf Asteroiden und zwölf Kometen, darunter 55P/Tempel-Tuttle. Letzterer ist Mutterkörper der November-Sternschnuppen, der Leoniden. Tempel

¹Der erste wissenschaftliche Taschenrechner, Hewlett-Packard's HP-35, kam 1972 auf den Markt!

und Horace Parnell Tuttle (1837–1923) fanden die Periodizität dieses Kometen heraus, der sich alle 33 Jahre der Sonne nähert – und sich allmählich auflöst. Tempel, obwohl ein hervorragender Beobachter und Zeichner, fand nie eine Anstellung an einer deutschen Sternwarte. So trieb er sich durch ganz Europa herum. Stationen seines Wirkens waren Kopenhagen, Christiania (Oslo), Venedig, Marseille, Mailand. Er starb 1889 in Arcetri bei Florenz. Das Wanderleben des „Genies ohne Diplom“ inspirierte einen anderen Autodidakten, den Surrealisten Max Ernst (1891–1976) zu dessen Graphiksammlung „Maximiliana, ou l'exercice illégal de l'astronomie“ (1964). Zusammen mit Max Ernst drehte Peter Schamoni (1934–2011) einen preisgekrönten 12-minütigen Kurzfilm über das Leben des Ernst Wilhelm Leberecht Tempel: „Die widerrechtliche Ausübung der Astronomie“.

Und eines Todestages gilt es zu erinnern: Am 20. Dezember 1996, vor einem Vierteljahrhundert, verstarb der US-amerikanische Planetenforscher Carl Sagan (geb. 1934), ein Entertainer in Sachen Astronomie mit Niveau.

Vor 90 Jahren, im Dezember 1931, beerdigte die Zunft der Mathematiker den Traum von einer auf Axiomen aufgebauten Arithmetik, welche sowohl in sich widerspruchsfrei als auch vollständig ist. Der aus Brünn stammende Kurt Gödel (1906–1978) hatte mit seinem berühmten „Unvollständigkeitsatz“ dem Hilbert'schen Programm (1918–1922) zur Grundlegung der Mathematik einen empfindlichen Schlag versetzt. Es gibt demnach in der Mengenlehre², dem Fundament der modernen Mathematik und Informatik, sinnvolle Sätze, sogar *en masse*, die zwar möglicherweise wahr sind, sich aber der Ableitung aus den Axiomen entziehen. Zu „wahr“ und „falsch“ gesellt sich „unentscheidbar“. Berühmtes Beispiel ist Georg Cantors (1845–1918) Kontinuumshypothese. (Es ist einem natürlich unbenommen, das System um weitere unabhängige Axiome zu erweitern, was aber nur das Problem auf das übergeordnete System verlagert.) Gödel legte noch eins drauf: Keine konsistente Theorie kann ihre Widerspruchsfreiheit ohne Anleihen von außen beweisen! Der Logiker war sich bewusst, dass da mehr in „Dunst und Rauch“ aufging als die Rechtfertigung der reinen Rechenlehre (Arithmetik): Unvollständigkeit ist allen (hinreichend gehaltvollen) *f o r m a l e n* Systemen eigen.

Als Gödel am 5. Dezember 1947 in den USA vor dem Einbürgerungsrichter stand, brach-

²David Hilbert (1862–1943) sei „sehr verärgert“ gewesen als er davon hörte. Noch 1925 hatte der große Göttinger Mathematiker geäußert: „Aus dem Paradies, das Cantor uns geschaffen, soll uns niemand vertreiben können.“

te er diesen aus der Fassung, als er der Behauptung widersprach, eine Diktatur wie im Anschluss-Österreich sei in den Staaten ja nicht möglich. Mr. Gödel: „Aber ja. Ich kann es beweisen.“ Freund Einstein konnte das Schlimmste verhindern. Gödel hat natürlich recht: Auch in einem idealen Rechtswesen mit konsistentem Regelwerk gäbe es Fälle, die im Rahmen der Gesetze juristisch formal nicht entschieden werden können. Es ist nicht Unfähigkeit der Rechtsgelehrten, nein, die formale Logik hat Grenzen! In früheren Zeiten berief man sich auf Gott als „Letzter Instanz“. Der „Widerstandsparagraph“, Art. 20 (4) unseres Grundgesetzes, ist Ausdruck dieses Gödel’schen Dilemmas!

Im Grunde genommen ist es eine Binsenweisheit: Wer schützt die Verfassung vor dem Verfassungsschutz? Kann Wissenschaft sich selbst zum Thema machen, eine Nachricht sich selbst erklären, der menschliche Geist sich selbst sezieren? Paradoxien der Rückbezüglichkeit – seltsame Schleifen – hatten schon die alten Griechen amüsiert, z. B. des Kreter Epimenides³ (5., 6. oder 7. Jh. v. Chr.) Behauptung, alle Kreter lügen. Angenommen es stimmte, stimmte es doch auch wieder nicht. Der englische Mathematiker, Philosoph und Friedensforscher Bertrand Russell (1872–1970) hat auf die zentrale Bedeutung des Lügner-Paradoxons⁴ in der Wahrheitstheorie hingewiesen.

Inwiefern ist die Physik von all dem betroffen, die ja schließlich jede Menge Mathematik enthält, auch komplizierte? Das ist zwar interessant, kann hier aber unmöglich erörtert werden.

Vor 100 Jahren, am 22. Dezember 1921, verlas vor der Preußischen Akademie Albert Einstein (1879–1955) einen Aufsatz von Herrn Theodor Kaluza (1885–1954) aus Königsberg „Zum Unitätsproblem in der Physik“. Einstein war begeistert, erweiterte doch die sog. Kaluza-Klein-Theorie, wie sie heute genannt wird, seine eigene vier-dimensionale Allgemeine Relativitätstheorie zu einer fünf-dimensionalen Theorie, welche den Maxwell’schen Elektromagnetismus einschloss. Das Hinzufügen weiterer (unbeobachteter) Dimensionen ist seitdem *en vogue*, Stichwort: Stringtheorien.

Auch wenn Sie kein Anhänger des Dart-Sports sind, interessiert Sie vielleicht der kurze Hauptteil dieses Newsletters. Kommen Sie gut und frei von Corona über die Feiertage und ins neue Jahr!

Ihr Hans-Erich Fröhlich

³Andere führen den antiken Philosophen Eubulides an, der im vierten vorchristlichen Jahrhundert in Milet lebte.

⁴Das Paradoxon hat es sogar ins Neue Testament geschafft: Man lese nach im Brief des Paulus an Titus (Tit. 1, 12–13), seinem Mann auf Kreta.

Der Himmel im Dezember

Als Abendstern präsentiert sich Venus am 4. Dezember im größten Glanz, als „Stern“ -4,9ter Größe. Sie nähert sich schnell der Sonne, dabei im Fernrohr immer größer werdend, und es heißt nun, von ihr allmählich Abschied nehmen. Am 9. Januar wechselt sie die Sonnenseite. Bereits Mitte Januar erfreut sie dann den Frühaufsteher – als Morgenstern.

Jupiter und Saturn sind am frühen Abendhimmel zu sehen. Am Jahresende verschwindet gegen 19 Uhr erst Saturn, gefolgt vom Jupiter (um 21 Uhr).

Freunde des antarktischen Sommers können am 4. Dezember eine totale Sonnenfinsternis erleben, nur 13 Grad vom geographischen Südpol entfernt.

Vielleicht haben Sie ja schon von „Leonard“ (C/2021 A1) gehört. Dieser Komet fällt seit nahezu 40 000 Jahren auf die Sonne zu. Am 3. Januar 2022 ist es dann so weit. Mit 93 Millionen Kilometern Abstand wird der sonnennächste Punkt der Bahn durchlaufen. Danach macht sich Leonard endgültig aus dem Staube, d. h., er verlässt auf einer hyperbolischen Bahn den Bannkreis der Sonne und entschwindet auf Nimmerwiedersehen. Mit etwas Glück – bei diesen Gesellen weiß man ja nie – wird er im Dezember hell genug für den Feldstecher. Am 3. Dezember ist er in den Morgenstunden nahe dem Kugelsternhaufen M3 in den Jagdhunden (an der Grenze zum Bärenhüter) zu sehen, am 6. Dezember ist er nur fünf Grad von Arktur entfernt, etwa auf halben Wege zu ϵ Bootis. Der Erde kommt er sechs Tage später bis auf 35 Millionen Kilometer nahe. Venusbewohnern kommt er mehr entgegen, bis auf 4,3 Millionen Kilometer.

Astronomischer Wintersanfang ist am 21. Dezember, eine Minute vor dem Fünf-Uhr-Tee. Der nördliche Teil der Erdachse weist dann maximal von der Sonne weg und für Bewohner der nördlichen Hemisphäre erreicht sie den jährlichen mittäglichen Tiefststand. Danach geht es wieder bergauf mit der Sonne.

Der für den 18. Dezember vorgesehene Start des Hubble-Nachfolgers, des James-Webb-Weltraumteleskops (JWST), wird um wenige Tage verschoben. Nun gilt der 22. Dezember als Starttermin.

DART

Zwar ist die aktuelle Bedrohung der Erde durch interplanetares Kleinzeug, Asteroiden und Kometen, gering, dennoch möchte man vorbereitet sein. Wie sinnvoll solche Beschäftigungsmaßnahmen sind, sei dahingestellt. Jedenfalls hat die NASA kürzlich die DART-Mission auf den Weg gebracht. DART steht für *Double Asteroid Redirection Test*. Ziel ist ein Doppel-Asteroid oder, auf einer abstrakteren Ebene, die Änderung einer Bahn durch Impulsübertrag. Es geht um den *near-Earth* Asteroiden (NEA) Didymos (65803). Das Ding dürfte nach NASA-Angaben 780 m groß sein und bedroht nicht die Erde. Das Interessante daran: Didymos – der Zwilling – hat, wie sein Name sagt, einen kleinen Mond – Dimorphos. Das Mönchchen misst gerade einmal 160 m. Und dessen Bahn soll durch gezielten Beschuss nachweislich geändert werden, allerdings nur geringfügig. Der „Pfeil“ ist schon unterwegs. DART wurde am 24. November gestartet und schlägt, geht alles gut, mit 6,6 km/s Ende September 2022 auf Dimorphos ein. Man rechnet mit einer Geschwindigkeitsänderung des Targets von 0,4 mm/s. Das verändert die Umlaufperiode des Mönchchens um Minuten, was von der Erde aus messbar sein sollte. Es handelt sich nämlich bequemerweise um einen Doppel-Asteroiden mit Bedeckungslichtwechsel. Der ist zum Zeitpunkt des Treffers bloß 11 Millionen Kilometer von uns entfernt und der Lichtwechsel gut beobachtbar. Die unmittelbaren Folgen des Einschlags sollen aus der Nähe von einer kleinen italienischen Raumsonde verfolgt werden, welche huckepack mitfliegt und kurz vorm Aufschlag abgetrennt wird.

DART hat mit dem Dart-Spiel selbst wenig gemein. Die Sonde verfügt über neuartige Solar-Panele, deren Solarstrom ein experimentelles Ionentriebwerk speist. Es handelt sich mithin um einen aktiven Flugkörper und nicht bloß um einen passiv dahinschießenden Pfeil. In der Schlussphase, Stunden vor dem Aufprall, handelt DART autonom. Die Kamikaze-Sonde sucht sich ihr Ziel selbst aus.

Der Geschossimpuls beläuft sich beim Aufschlag auf $3,6 \cdot 10^6$ kg m/s. Wie der Mond darauf reagiert, ist die Frage. Bei perfekt elastischem Zweierstoß wäre theoretisch bis zum Doppelten dieses Betrags auf den Mond übertragbar. Der Impulsaustausch hängt u. a. von der Porosität des Mondmaterials ab. Indem man gezielt dem Dimorphos einen Stoß versetzt, erfährt man etwas über dessen inneren Zusammenhalt und den Rückstoß durch den Materialaushub. Das allein lohnt schon das Experiment.