

Je mehr man altert, desto mehr überzeugt man sich, dass Seine heilige Majestät der Zufall gut drei Viertel der Geschäfte dieses miserablen Universums besorgt.

Friedrich II. (1712–1786)

Liebe Leserin, lieber Leser,

geht alles gut, landet in den Morgenstunden des 6. August *Curiosity* im Innern des Marskraters Gale. Der Einschlagkrater ist mit 154 km Durchmesser etwas kleiner als Chicxulub auf Yucatan. Das Laboratorium auf Rädern, ein Eintonner, soll Hinweisen nachgehen, wonach zumindest sporadisch Wasser auf dem Mars vorgekommen sein soll. Und es soll nach Spuren von mikrobiellem Leben suchen. Der Abstieg durch die dünne Atmosphäre ist ein technisches Wagnis. Binnen sieben Minuten muss das *Mars Science Laboratory* von fast 6 km/s Anfluggeschwindigkeit quasi zum Stehen gebracht werden – letzteres mittels eines sog. „Himmels-Krans“. Drücken wir die Daumen!

Vor 100 Jahren, Anfang August 1912, stieg der österreichische Physiker Victor F. Hess (1883–1964) mit dem Freiballon „Böhmen“, von Aussig a. d. Elbe kommend, über dem Schwielochsee bis auf eine Höhe von 5350 m auf. Es war seine siebte Fahrt mit Ionisationsmessgeräten (Elektroskopen) an Bord. Wie erwartet, verringerte sich zunächst die ionisierende Strahlung mit zunehmender Höhe, entfernte man sich doch von der leicht radioaktiven Erdrinde und ihrer Radonuscita. Unerwartet war die Zunahme der Strahlung in Höhen oberhalb 1000 m. Diese Strahlung musste von außen, aus dem Weltraum kommen! Für die Entdeckung der „Höhenstrahlung“, heutzutage als kosmische Sekundärstrahlung bezeichnet, erhielt Victor Hess zusammen mit Carl D. Anderson (1905–1991), dem Entdecker des Positrons, 1936 den Physiknobelpreis. Aus den Schauern der Sekundärstrahlung kann auf die Teilchen der verursachenden Primärstrahlung und ihre Herkunft geschlossen werden.

Wie in der Juli-Ausgabe angedeutet, geht es im August um das himmelsmechanische Chaos, man könnte auch sagen um die Verunsicherung des Lesers, was die Zukunft anbelangt, zumindest die des Planetensystem. Anlass ist der 100. Todestag des letzten „Universalgelehrten“, Henri Poincaré (1854–1912).

Viele Sternschnuppen und eine schöne „fünfte Jahreszeit“ wünscht Ihnen
Ihr Hans-Erich Fröhlich

Der Himmel im August

Venus ist Morgenstern. Am 15. August ist sie im Fernrohr halb zu sehen. Mit 46° erreicht sie den größten westlichen Winkelabstand zur Sonne.

Tags darauf geht Merkur auf maximale Distanz zur Sonne. Bei ihm sind es allerdings nur 19° . Anderthalb Stunden vor der Sonne überschreitet er den Horizont. Unter guten Bedingungen sollte er in der Morgendämmerung als „Stern“ nullter Größe zu beobachten sein.

Mars und Saturn, beide nahe der Spika, was sehenswert, da die drei ein fast gleichseitiges Dreieck bilden, brillieren in der Abenddämmerung, Jupiter geht am Monatsende bereits anderthalb Stunden vor Mitternacht auf.

In der Nacht vom 11. zum 12. August wird das diesjährige Maximum der Perseidenaktivität erwartet. Der Mond hat dann sein letztes Viertel hinter sich und stört wenig. Unter günstigen Bedingungen sollten stündlich Dutzende von Meteoren zu sehen sein.

Ist das Planetensystem stabil?

Diese Frage, gestellt von König Oskar II. von Schweden und Norwegen um 1885, war so abwegig nicht. Zwar macht das Planetensystem auf den ersten Blick einen recht stabilen Eindruck – die Planeten halten alle gebührenden Abstand¹ voneinander und ein jeder einzelne umrundet die Sonne fast so, als ob es die anderen nicht gäbe –, aber muss das so sein? Um beispielsweise die Energie aufzubringen, die benötigt würde, die Erde aus dem Sonnensystem zu entfernen, müsste Jupiter sich der Sonne um nur 1,6% nähern. Energetisch gesehen wäre so ein weltenbewegender Rausschmiss nichts weltbewegendes.

Für ein Zwei-Körper-System – Sonne plus Planet – wurde die Frage nach der Dauerhaftigkeit eigentlich schon von Kepler (1571–1630) beantwortet. Beide

¹Das heißt, man hat sich arrangiert. Die Titius-Bodesche-Regel für die Abstandsverhältnisse im Planetensystem spiegelt dieses Sich-aus-dem-Wege-gehen wider.

Massepunkte umrunden den Schwerpunkt bis in alle Ewigkeit auf raumfesten und einander ähnlichen Ellipsen. Erst später wurde klar, dass dies eine Folgerung des Newtonschen Gesetzes der Schwere ist.

Für mehr als zwei gravitativ miteinander agierende Punktmassen gibt es i. allg. keine einfache geschlossene Lösung des himmelsmechanischen Problems. Aber die Natur kommt uns entgegen: Die Sonne beherrscht alles. In ihr ist fast die gesamte Masse des Sonnensystems vereint. Selbst Jupiter bringt es auf nicht einmal 0,001 Sonnenmassen. Alle Planeten bewegen sich, abschnittsweise, auf Keplerellipsen um die Sonne. Ohne die gegenseitigen Störungen wären die Bestimmungsstücke dieser Ellipsen, ihre Bahnelemente, unveränderlich. Was läge also näher, als diese „Konstanten“, z. B. die große Halbachse einer Bahn, als sich langsam ändernde Funktionen der Zeit zu betrachten. „Variation der Konstanten“ nennt man das in der Mathematik.

Wie Laplace (1749–1827) als erster herausfand, ist das Planetensystem bei hinreichend kleinen Störmassen, in sog. linearer Näherung, stabil. Es treten nur zyklische Schwankungen z. B. bei den Bahnradien der Planeten auf. Nun darf man in der Störungstheorie eine Reihenentwicklung (nach Potenzen der Störmassen), die ja unendlich viele Glieder umfasst, nicht einfach nach dem ersten Term abbrechen. Auch in zweiter Näherung geht noch alles gut, aber das war's dann auch schon. Bei der Berechnung noch höherer Terme treten Glieder auf, die im Laufe der Zeit anwachsen, was allerdings nichts Schlimmes bedeuten muss, wie die 5:2 Beinaheresonanz² zwischen Jupiter und Saturn bezeugt. Hinter einer säkular wachsenden Störung mag sich eine Periode sehr langer Zeitdauer verbergen, was das Ganze auf den Boden der Stabilität zurückführt.

Ein Wort zum System Erde-Mond. Ein Albtraum für jeden Himmelsmechaniker! Die Mondmasse ist nämlich, verglichen mit der Erdmasse, nicht mehr

²Auf fünf Jupiterumläufe entfallen ziemlich genau zwei Saturnumläufe. Störungen schaukeln sich auf diese Weise auf, ohne indes *bislang* in eine Katastrophe gemündet zu sein. Die gefährliche Resonanz wird umschlichen wie der heiße Brei von der Katze. Vielleicht liegt die Katastrophe aber auch bereits hinter den beiden. Es besteht der Verdacht, dass vor langer Zeit Jupiter und Saturn durch eine 2:1 Bahnresonanz hindurch mussten. Dabei könnten die beiden Gasriesen Uranus und Neptun nach außen verfrachtet worden sein, was ihre jetzigen Abstände zur Sonne erklärte. Dort können sie sich in Ermangelung von Baumaterial kaum gebildet haben. Die Erschütterung durch diese urzeitliche Resonanz vor 3,9 Milliarden Jahren könnte zudem jede Menge Bauschutt (Planetesimale) in Richtung Sonne befördert haben, was die vielen Einschläge auf dem Erdmond plausibel machte.

klein! Doch der Doppelplanet „Erde-Mond“ ist mehr als nur ein Ärgernis: Er ist eine Besonderheit, der wir vielleicht gar unsere Existenz³ verdanken!

Da der gewissenhafte Poincaré der gängigen Reihenentwicklung nach Potenzen der störenden Massen misstraute, weil Resonanzen eventuell alles kaputt machen – man spricht vornehm von Divergenz –, musste er das Problem völlig neu anpacken – *topologisch*⁴. Ein Ergebnis war der Poincarésche Wiederkehrsatze. Der wurde von Poincaré entdeckt, als er einen kapitalen Fehler seiner preisgekrönten Arbeit ausmerzen wollte. (Das Preisgeld war draufgegangen, die bereits gedruckten Exemplare der eingereichten Abhandlung wieder einzustampfen und durch eine fehlerbereinigte Neuauflage zu ersetzen, die das preisgekrönte Ergebnis nicht mehr enthielt. Was für Poincaré eine Peinlichkeit war, entpuppte sich als Segen für die Physik!) Poincaré hatte 1890 herausgefunden gehabt, dass jedes reibungsfreie beschränkte mechanische System *fast sicher* irgendwann, nach langer langer Zeit, seinem Ausgangszustand nahe kommt. Es verhält sich quasi-periodisch, d. h. wiederholt sich, aber niemals exakt. Das reicht, denn damit scheint das Planetensystems gegen einen radikalen Umbau *so gut wie* gefeit. Ein Unglück, wie der Hinauswurf eines Himmelskörpers, ist zwar nicht auszuschließen, aber absolute Ausnahme. Mit Berechnungen im üblichen Sinne hat das alles nichts mehr zu tun. Es ist eine *qualitative* Aussage. Poincaré war Mathematiker, kein Rechenknecht.

Die Konsequenzen des Poincaréschen Wiederkehrsatzes sind übrigens ungeheuerlich. Sie haben ein Behältnis mit zwei Kammern. Links befindet sich ein Gas X, rechts das Gas Y. Sie nehmen die Trennwand heraus. Die Gase mischen sich. Irgendwann, viele Weltalter mögen darüber hinweggehen, werden für eine winzige Weile beide Gase fein säuberlich getrennt sein! Durchmischung ist nur der bei weitem wahrscheinlichere Zustand⁵! Kartenspieler wissen das. Mischt man nur lange genug, kommt es unweigerlich dazu, dass alle Karten auch mal geordnet sind.

Die von König Oskar II. gestellte Aufgabe, eine konvergente Reihenentwicklung für das N -Körper-Problem zu finden, wurde 1991 von einem chinesi-

³Der Mond stabilisiert den Erdkreisel und verhindert eine chaotisch schwankende Erdachse. Aber dazu darf man die Himmelskörper nicht, wie wir es hier tun, zu mathematischen Massepunkten degradieren. Man muss sie als Kreiselchen betrachten.

⁴Eine Differentialgleichung zu haben ist das eine, das andere ihre Lösungs Vielfalt zu kennen. Man müsste einer Gleichung sofort ansehen, was alles an Möglichkeiten in ihr steckt, anstatt immer nur Spezialfälle durchzurechnen. Poincaré war ein Visionär!

⁵Das heißt, es gibt Entropieschwankungen, beliebig starke. Der zweite Hauptsatz der Thermodynamik ist *nur* eine statistische Gesetzmäßigkeit.

schen Mathematikstudenten zur Zufriedenheit des Königs gelöst. Interessiert hat das kaum noch jemanden.

Die rein akademische Frage nach der Stabilität des N -Körper-Problems ($N > 2$) erwies sich als unerhört fruchtbar. Ein einfaches Gesetz, wie das Newtonsche $1/r^2$ -Gesetz der Schwere, kann, angewandt auf mehr als zwei Körper, unendlich kompliziertes Verhalten zeitigen.

Gesetz und Chaos

Ob Poincaré geahnt hat, dass er, als er sich um die Erlangung des königlichen Preisgeldes von 2500 schwedischen Kronen bemühte, eine Pandora-Büchse öffnet? Und dabei hatte er lediglich das sog. eingeschränkte Drei-Körper-Problem ins Visier gefasst: die Bewegung eines Testteilchens im Schwerfeld zweier Punktmassen, die auf Keplerbahnen einander umkreisen. (Das ist z. B. für den Flug zum Mond von Bedeutung, aber auch für die sog. Trojaner, Planetoiden, die einem Planeten auf seiner Bahn vorausseilen oder nachfolgen.). Was er vor seinem geistigen Auge sah, war derart verwirrend, dass er nicht einmal versuchte, es bildlich festzuhalten. Seine lapidare Feststellung, es könne „vorkommen, dass kleine Abweichungen in den Anfangsbedingungen schließlich große Unterschiede in den Phänomenen erzeugen. Ein kleiner Fehler zu Anfang wird später einen großen Fehler zur Folge haben. Vorhersagen werden unmöglich, und wir haben ein zufälliges Ereignis.“ – sie macht ihn zum Vordenker der Chaosforschung. Die Wirklichkeit ist anders als wir dachten: Obwohl strengen Regeln unterworfen, bleiben Unwägbarkeiten. Selbst das Räderwerk der Newtonschen Mechanik, es erweist sich als launenhaft. Es sollte noch bis 1986 dauern, bis es ein Physiker⁶ übers Herz bringen wird, sich vor der gebildeten Öffentlichkeit im Namen aller Physiker dafür zu entschuldigen, ihr zu lange eingeredet zu haben, die Wirklichkeit sei, da kausal, auch vorausberechenbar.

⁶Sir James Lighthill: „Hier muß ich innehalten und im Namen der großen Bruderschaft der Praktiker der Mechanik sprechen. Wir sind uns heute sehr der Tatsache bewußt, daß die Begeisterung, die unsere Vorgänger für den phantastischen Erfolg der Newtonschen Mechanik empfanden, sie auf diesem Gebiet der Vorhersagbarkeit zu Verallgemeinerungen verleitet hat, an die wir vor 1960 möglicherweise allgemein geglaubt haben, die wir aber inzwischen als falsch erkannt haben. Wir möchten uns gemeinsam dafür entschuldigen, daß wir das gebildete Publikum in die Irre geführt haben, indem wir bezüglich des Determinismus von Systemen, die den Newtonschen Bewegungsgesetzen genügen, Ideen verbreitet haben, die sich nach 1960 als inkorrekt erwiesen haben.“

Für die alten Griechen waren „Chaos“ und „Kosmos“ Gegensätze. Tohuwabohu und Gesetz schlossen einander aus. Die Bewegung der Planeten symbolisierte die himmlische Ordnung. Das Chaos schien unteren Sphären vorbehalten. Für den Physiker *vor* Poincaré glich die Welt einem Uhrwerk, das, einmal in Gang gesetzt, nach ehernen, ewigen Gesetzen gnadenlos ablief. Alles schien berechenbar, für Zufall war kein Raum. Pierre-Simon de Laplace, der „französische Newton“, hatte es 1814 mit seinem „Dämon“ auf den Punkt gebracht: „Wir müssen also den gegenwärtigen Zustand des Universums als Folge seines früheren und als Ursache des folgenden Zustands betrachten. Eine Intelligenz, die in einem gegebenen Augenblick alle Kräfte kannte, mit denen die Welt begabt ist, und die gegenwärtige Lage der Gebilde, die sie zusammensetzen, und die überdies umfassend genug wäre, diese Kenntnisse der Analyse zu unterwerfen, würde in der gleichen Formel die Bewegungen der größten Himmelskörper und die des leichtesten Atoms einbegreifen. Nichts wäre für sie ungewiss, Zukunft und Vergangenheit lägen klar vor ihren Augen.“ – was Laplace aber nicht daran hinderte, als Begründer der Wahrscheinlichkeitslehre (1812) einen Ehrenplatz in der Geschichte der Mathematik zu beanspruchen. Für ihn war das Denken in Wahrscheinlichkeiten lediglich das Eingeständnis unseres Unvermögens, *alle* Einflüsse zu kennen und ihre Wirkung zu analysieren. Ein Wissenschaftler ist kein Laplace'scher Dämon.

Die Fortschritte der Himmelsmechanik stärkten das Vertrauen in die Richtigkeit der Newtonschen Theorie, machte aber andererseits das Konvergenzproblem bei der allgemeinen Störungstheorie allzu leicht vergessen. Als im September 1846 an der Berliner Sternwarte gar der Neptun aufgrund der Schreibtischtätigkeit zweier Himmelsmechaniker – des Franzosen Urbain Le Verrier (1811–1877) und des Engländers John Couch Adams (1819–1892) – aufgefunden wurde, war die Euphorie ganz allgemein. Eine mechanistische Weltsicht griff um sich, mit fataler Nebenwirkung: Sie bestärkte uns in dem naiven Glauben, man habe die Natur, da wir ihre Gesetzen kennen, bereits im Griff. Weit gefehlt! Rilke kannte diese Schattenseite der Hybris: „Was wir besiegen, ist das Kleine, und der Erfolg selbst macht uns klein.“.

Erst der Computer machte es schließlich auch dem, der nicht über Poincarés Intuition verfügt, klar, dass „deterministisches Chaos“ eher die Regel, denn die Ausnahme ist. Bezeichnenderweise war es ein Meteorologe, E. N. Lorenz (1917–2008), der sechs Jahrzehnte nach Poincaré in Computerausdrucken das deterministische Chaos entdeckte. Seither weiß jedermann hier

in Mitteleuropa, dass eine Wettervorhersage, die über vierzehn Tage hinaus geht, Schwindel ist. Dass es am Himmel nicht weniger launisch zugeht als auf Erden, ist weniger bekannt. Verlässliche Aussagen über den Gang der Planeten sind nur über wenige Dutzend Millionen Jahre möglich. Mit Instabilität hat das nichts zu tun, man ist sich bloß nicht mehr sicher, wo die Planeten nach ein paar Ljapunow-Zeiten, so nennt man in der Chaos-Theorie den Vorhersagezeitraum, sein werden.

Ob Sie es glauben oder nicht, der Start einer einzigen interplanetaren Sonde, er verschiebt in 100 Millionen Jahren die Frühlinge um Monate⁷!

Bei so viel Chaos ist es verwunderlich, dass das Planetensystem strukturell intakt bleibt. Offenbar wird, wie die 5:2 Beinaheresonanz zwischen den Umlaufzeiten von Jupiter und Saturn lehrt, das deterministische Chaos gebändigt. Es herrscht *mildes* Chaos, jedenfalls z. Z. Wie dies zu verstehen sein könnte, hatte 1954 der russische Mathematiker Andrei Kolmogorov (1903–1987) auf einem Mathematikerkongress in Amsterdam skizziert gehabt. (Newton, dem das Problem bekannt war, hatte noch gemeint, Gott müsse zuweilen eingreifen, um die Dinge wieder ins Lot zu bringen.) In der Tat, umgeben von einem Meer von Chaos gibt es Inseln der Stabilität in jenem hochdimensionalen Raum, in dem der Planeten Lebensweg ein einziger vielfach verschlungener Pfad ist! Die Aussichten, basierend auf Bahnberechnungen mit schnellen Computern, sind nicht schlecht: Wenig deutet darauf hin, dass eines Tages, ein Großplanet aus dem Verband ausscheren könnte. Bei den kleinen Planeten und Kometen sieht das anders aus, wie die Lücken im Asteroidengürtel zwischen Mars und Jupiter erahnen lassen. Leider macht Kleinvieh auch Mist, was die Aussagekraft derartiger Langzeitprognosen relativiert! Paleoklimatologen sind sauer auf Ceres und Vesta, weil diese Chaoten alle Rückrechnungen zum jährlichen Gang der Sonneneinstrahlung in der Saurierzeit zu Makulatur machen. Auch ein Zusammenprall der beiden ist nicht auszuschließen.

Ohne Computer hätte die Chaostheorie ihren Siegeszug nicht antreten können, andererseits ist topologisches Denken durch keinen Computer ersetzbar. Das verhindert bereits die Zahlendarstellung: Jede Zahl ist rational, d. h. ein echter Bruch zweier ganzer Zahlen. Der Computer kann nur periodische Lösungen produzieren, niemals quasiperiodische, und numerische Resonanzen sind vorprogrammiert! Mathematisch gesehen überleben bei Störungen aber ge-

⁷Indem wir Raketen ins All schießen, verletzen wir übrigens die Voraussetzungen für das Gelten des Poincaréschen Wiederkehrtheorems, aber das tun viele natürliche Prozesse auch.

rade jene Periodenverhältnisse, die sich nur schlecht durch rationale Zahlen approximieren lassen. (Spitzenreiter ist in dieser Hinsicht der Goldene Schnitt, $0,618033988\dots$, die „irrationalste“ Zahl überhaupt.) Dem Praktiker mag das belanglos erscheinen, wer allerdings wie Poincaré einen von Numerik ungetrübten Blick in die fraktalen Abgründe des N -Körper-Problems, ins „homokline Gewirr“, tun und sich intellektuell ergötzen möchte, wird der *reinen* Mathematik trotz aller modischen Visualisierungskünste den Vorzug geben.

Deterministisches Chaos liegt auch allen Glücksspielen zugrunde. (Laplace's Dämon gewönne beim Roulette immer!) „Richtigem“ Zufall, Zufall ohne Grund, begegnet man in der Quantenwelt. Ort und Impuls eines Quantenobjekts gleichzeitig exakt zu bestimmen, ist dort unmöglich. Beides müsste man aber kennen, wollte man den künftigen Zustand vorhersagen.

Die Zukunft ist „offener“ als wir wahrhaben wollen, und das nicht nur in der Himmelsmechanik.