

Die Glockenkurve, der große intellektuelle Betrug

Nassim Nicholas Taleb

Liebe Leserin, lieber Leser,

verheerende Wirbelstürme, Erdbeben, ... Die Kalamitäten, sie scheinen sich zu häufen. Das schürt Ängste. Gegen die Angst helfen seit jeher Geschichten, seien sie frei erfunden oder „Rationalisierungen“. Die Soziologie spricht vornehm von „Narrativen“. Die Wahrheit ist: Es gibt nichts zu erklären. Denn es gibt ihn, den „wilden“ Zufall, den unerklärlichen.

Irritierte Politiker befragen die statistische Wissenschaft. Deren salomonische Antwort: Extremereignisse seien – selten. Um statistisch zu belastbaren Aussagen zu kommen, müsse man erst eine gehörige (relevante) Anzahl von Beobachtungen zusammentragen. Um abzuschätzen, was eine „gehörige Anzahl“ ist, müsste man die Häufigkeitsverteilung solcher Ereignisse kennen. Man dreht sich im Kreise! Ohne Annahmen, fragwürdige Extrapolationen, ist da nichts zu machen. Angesichts der den Daten innewohnenden Spärlichkeit sind nur die allereinfachsten Hypothesen, wie zeitliche Konstanz, vertret- und testbar. Es passiert einfach zu wenig! Passierte mehr, wäre es der Normal- und kein Extremfall.

Geht es um diese Art von Zufall, sind Vorkenntnisse in Schulstatistik weder erforderlich, noch erwünscht. (Ja, Schule kann „verbilden“!) Selbstredend ist die „Normal“-Verteilung, die Gauß'sche Glockenkurve, im Reich des wilden Zufalls unbekannt.

Willkommen in „Extremistan“, den Gefilden der Unsicherheit, wo Wissenschaft wenig ausrichtet!

Ihr Hans-Erich Fröhlich

Der Himmel im Oktober

Venus ist Morgenstern und nähert sich von uns aus gesehen immer mehr der Sonne. Sie ist auf dem Weg zu ihrer oberen Konjunktion Anfang Januar. Am Monatsende geht sie gut 1 1/2 Stunden vor der Sonne auf.

Mars ist zwar im Kommen, aber noch recht unscheinbar. Am 5. Oktober zieht die Venus nördlich an ihm vorbei. Man beachte, dass der rote Planet 200-mal lichtschwächer als Venus erscheint. Sie kommen einander auf 13 Bogenminuten nahe, aber das erst am Taghimmel. Man sollte also vor Sonnenaufgang auf den Beinen sein und nach den beiden Ausschau halten! Mars geht im Oktober kurz nach 4 Uhr MEZ auf, Venus am 5. Oktober selbstredend zusammen mit ihm.

Jupiter hat Konjunktion am 26. Oktober und bleibt infolgedessen unsichtbar. Saturn ist gerade dabei, sich zu verabschieden. Man kann ihn nach Sonnenuntergang noch im Südwesten sehen. Übrigens, am 16. Oktober sind die Saturnringe für Erdbewohner am weitesten geöffnet! (Für Sonnen„bewohner“ war dies bereits im Mai der Fall gewesen. Am 25. Mai war, wie berichtet, auf der Saturn Nordhemisphäre Sommersonnenwende.)

Am 12. Oktober, gegen 8 Uhr MESZ passiert der Apollo-Asteroid 2012 TC₄ in geringem Abstand unseren Planeten. Seine Bahn wurde in den Tagen nach seiner Entdeckung im Oktober 2012 bestimmt. Ein Zusammenstoß des 10–30 m Brockens mit der Erde gilt als ausgeschlossen.

Am Sonntag, dem 29. Oktober, endet die Sommerzeit.

Extremistan

Die Wortschöpfung geht auf den Risikoerforscher, Finanzmathematiker und Bestsellerautor Nassim Nicholas Taleb (geb. 1960) zurück. Dessen „Schwarzer Schwan. Die Macht höchst unwahrscheinlicher Ereignisse“ ist ein Augenöffner. Ausgerechnet das Buch eines Bankers half einst dem Kosmos-Boten, seine eigenen Ahnungen bzgl. des „wildem“¹ Zufalls Waltens in seiner Wissenschaft zu artikulieren.

Zur Einstimmung etwas aus der Kosmologie. Das Universum dehnt sich aus. Was läger näher, als aus Entfernung und Fluchtgeschwindigkeit das Expansionsalter zu ermitteln? Sie teilen dazu die Entfernung einer x-beliebigen Galaxie durch deren Fluchtgeschwindigkeit. Die Zeit, die Sie herausbekommen, wäre die Zeitdauer, die die Galaxie benötigte, um bei gleichbleibender

¹Herr Taleb unterscheidet zwischen dem „milden“ Zufall und dem „wildem“. Ersterer herrscht in Las Vegas, letzterer an der Börse – und im wirklichen Leben! Möglicherweise gehen die Begriffe schon auf Benoît Mandelbrot (1924–2010) zurück, dem „Vater der Fraktale“.

Geschwindigkeit von „hier“ an ihre jetzige Stelle zu gelangen. Das ist in etwa die seit dem Urknall verflossene Zeit. Sie möchten es besonders gut machen, indem sie von möglichst vielen Galaxien die Flugzeiten bestimmen und anschließend mitteln. Der Mittelwert verspricht eine bessere Schätzung. Leider stimmt das in diesem Falle nicht. Die gemessene Radialgeschwindigkeit einer Galaxie kann durchaus Null sein! (Der Andromedanebel beispielsweise bewegt sich auf uns zu.) Der kosmologischen Flucht überlagert ist nämlich die individuelle Bewegung der Galaxie längs des Sehstrahls. Der Astronom spricht von Pekuliargeschwindigkeit. Diese Zufallsbewegung wird durch eine Gauß'sche Glockenkurve beschrieben und ist an sich harmlos. Wenn es der Teufel Zufall jedoch will, hebt die Pekuliargeschwindigkeit einer Galaxie die kosmologische Fluchtbewegung gerade auf. Das ist zwar unwahrscheinlich, aber je mehr Galaxien Sie Ihrer Stichprobe hinzufügen, desto höher ist die Chance, dass eine solche „stehende“ Galaxie darin auftaucht. Deren Beitrag zum Weltalter – er kann sogar negativ ausfallen – fällt formal riesig aus und lässt Ihre Schätzung des Weltalters mittels Mittelwert Makulatur werden. (Der Kehrwert des Weltalters, eine gleichermaßen sinnvolle Größe, wäre davon nicht betroffen.)

Generell gilt: In Extremistan „spinnt“ der *a r i t h m e t i s c h e* Mittelwert (sofern es ihn überhaupt gibt). Fragen Sie einmal 2000 zufällig ausgewählte Personen nach ihrem Einkommen und bilden Sie das arithmetische Mittel, indem Sie die Summe der Einkommen durch die Anzahl der Befragten teilen. Sie erhalten einen Zahlenwert. Wenn Sie glauben, der sei repräsentativ, haben Sie sich getäuscht! Betrachten Sie dazu die Einkommensverteilungsfunktion (s. u.) und simulieren² Sie auf Ihrem Heimrechner 100000 Umfragen mit jeweils 2000 immer wieder neuen, zufällig ausgewählten Personen. Minuten später spuckt der Computer eine bittere Wahrheit aus: Nicht nur, dass in 86,3 % der Fälle der errechnete Mittelwert unterhalb des wahren Mittelwertes bleibt, bei den 13,7 % Überschätzungen gibt es anscheinend kein Halten, was Rekorde angeht. Bei einer simulierten „Umfrage“ wurde der wahre Mittelwert um das 330-Fache (!) übertroffen. Da muss wohl Bill Gates unter die zufällig Auserwählten geraten sein! Fragten Sie statt dessen nach Körpergröße oder Gewicht, passierte das nicht. Diese beiden Maßzahlen³ gehören

²Dank des PCs mit seinem Zufallszahlengenerator muss man sich nicht mehr mit Statistik abquälen! Man wiederholt möglichst oft eine „Umfrage“ und schaut nach, wie stark die Ergebnisse, z. B. Mittelwerte, vom *v o r g e g e b e n e n* wahren Wert abweichen. Man nennt das Monte-Carlo-Simulation.

³Genauer: die Logarithmen von Körpergröße oder Gewicht, da die Gauß'sche Glocken-

nach „Mediokristan“, dem Land, wo Mittelmaß (d. h. die Gauß'sche Glockenkurve) milde herrscht.

Wenn in Extremistan das `arithmetische` Mittel beim Einkommen keinen Sinn macht, was steht denn dann in den statistischen Jahrbüchern? Dort behilft man sich mit dem sog. `Median`. Das ist dasjenige Einkommen, das von der Hälfte der Bevölkerung nicht erreicht wird. Der Median⁴ ist ziemlich robust. Ihm können ein paar Managergehälter mehr oder weniger nichts anhaben.

Doch zurück zum arithmetischen Mittel. Die Einkommensverteilung wird zwar von vielen als ungerecht empfunden, es kann aber noch weit „ungerechter“ zugehen: Für die Häufigkeitsverteilung von Erdbebenstärken beispielsweise existiert überhaupt kein arithmetischer Mittelwert! Geophysiker deckeln deshalb willkürlich die „nach oben offene Richterskala“, um zu verhindern, dass irgendwann ein Endzeitbeben theoretisch den Planeten sprengt! Glaubt man der Versicherungswirtschaft, sind Wirbelsturmschäden ein klein wenig „gerechter“ verteilt als Einkommen oder Vermögen. Woran man das erkennt? – am Pareto-Exponenten!

Vilfredo Federico Pareto (1848–1923), eigentlich Wilfried Fritz, war ein Ingenieur, Manager, Ökonom und Sozio- bzw. Politologe. Wie ihm kurz vor 1900 auffiel, besitzen 20 % der Italiener etwa 80 % des Grund und Bodens. „80-20“ begegnet man vielerorten: u. a. bei der Verteilung der Einkommen, aber auch bei der Effizienz. 80 % der Arbeitsleistung entfallen gewöhnlich auf nur 20 % der Beschäftigten. Der Ökonom Pareto hatte die `Skalenfreiheit`⁵ für sich entdeckt.

Nicht nur unser Denken ist von der Gauß'schen Glockenkurve gespurt, auch unser Gerechtigkeitsempfinden. Dass $1/5$ der Menschheit $4/5$ der Güter besitzen, nehmen wir noch zähneknirschend hin. Skalenfreiheit heißt aber Selbstähnlichkeit! Auf die privilegierte Gruppe trifft, für sich betrachtet, auch 80-20 zu: $1/5$ teilen sich $4/5$ des Gruppenvermögens. Die Mehrzahl der Privilegierten sind aus ihrer Sicht „arm“! Insgesamt betrachtet entfallen jetzt auf $(1/5)^2$ der Menschheit $(4/5)^2$ der Besitztümer, also $16/25$ des Gesamtvermögens!

kurve ins unendlich Negative reicht.

⁴Der Median minimiert die Summe der Absolutbeträge aller Abweichungen. Der arithmetische Mittelwert minimiert die Summe der quadrierten Abweichungen.

⁵Skalenfrei ist ein Ding, dem man in Ermangelung einer charakteristischen Größe seine Entfernung nicht ansieht. Dazu zählen beispielsweise Sterne!

(Einen Schritt weiter findet man, dass auf $(1/5)^3$, also 0,8 % der Menschheit, $(4/5)^3$, also 51,2 %, des Reichtums entfallen⁶ .)

Anders als die Gauß-Verteilung kennt die Pareto-Verteilung keine charakteristische Größe (Skala). Von einem irgendwie ausgezeichneten Vermögen geht nur die Steuerbehörde aus. Die Einkommensverteilung (Verteilung der Erdbebenstärken, der Hurrikanschäden, der Intensität von Sonnenflares etc.) selbst kennt keinen Knick. Mathematisch spiegelt sich die Knicklosigkeit in der Form der Häufigkeitsverteilung: ein Potenzgesetz. Pareto's (kumulative) Häufigkeitsverteilung sieht mathematisch simpel aus:

$$P(X > x) = \left(\frac{x_0}{x}\right)^\alpha.$$

$P(X > x)$ bezeichnet die Wahrscheinlichkeit, dass X (Einkommen, Sturm-
schäden, Flarenergie etc.) den Wert x übersteigt. Mit x_0 ist der kleinstmögliche Wert⁷ von X gemeint.

Der Pareto-Parameter α variiert. Bei der 80-20-Regel beträgt er ca. 1,16, für Wirbelsturmschäden werden etwas größere Werte angenommen. Sehr niedrig ist das α , das die Häufigkeit von Erdbeben als Funktion der seismischen Energie beschreibt. Hier wird oft $\alpha = 2/3$ gesetzt. Da es für $\alpha < 1$ keinen Mittelwert für die Bebenenergie gibt, muss, wie erwähnt, die Verteilung bei hohen Energien abgeschnitten werden.

Versicherungsausgaben wegen Wirbelsturmschäden sind also ähnlich schief verteilt wie Vermögen. Um eine vage Vorstellung von der Seltenheit von Extremereignissen zu bekommen, können wir uns fragen, wie häufig man rein zufällig auf betuchte Leute trifft. Und, wieviele Hände müsste man schütteln, um einem Krösus zu begegnen? Die folgenden Angaben basieren auf der 80-20-Regel ($\alpha = 1,160964$). Zunächst ermittle ich unter N zufällig ausgewählten Personen das maximale Vermögen, also den Extremwert⁸. Um bei der nächsten Umfrage zufällig auf einen Menschen zu stoßen, der mit 50%iger Wahrscheinlichkeit wenigstens noch 10-mal reicher ist, müsste ich meinen Zufallsbekanntenkreis um das 14,5-Fache erweitern, also demnächst

⁶Wenn eine Oxfam-Studie herausfindet, ein Prozent der Weltbevölkerung verfüge über 50 % des Reichtums, so heißt das, dass die Güter dieser Welt heutzutage sogar etwas gerechter verteilt sind als nach der 80-20-Regel.

⁷Ohne untere Begrenzung wäre die Verteilung für positive α nicht mehr normierbar.

⁸Wie man immerhin weiß, genügt die Häufigkeit von Extremwerten unter ziemlich allgemeinen Voraussetzungen einer universellen Verteilungsfunktion mit drei Parametern.

14,5 · N Personen befragen. Möchte ich mit 50 %iger Wahrscheinlichkeit einem 100-mal reicheren begegnen, müsste meine Startstichprobe sogar um das $(14,5^2 = 210)$ -Fache erhöht werden, usw.

Geht es um Wirbelsturmschäden, wird das Händeschütteln durch Wartezeit ersetzt. Damit der vernichtenste Wirbelsturm des vergangenen Jahrzehnts von einem 10-fach schlimmeren überboten wird, müsste man, „80-20“ vorausgesetzt, im Schnitt 14,5 Dezennien warten. Bei Erdbeben ($\alpha = 2/3$) verhält es sich, abgesehen von der erwähnten Deckelung der Richter-Skala, nicht anders: Ein Jahrtausend-Beben sollte statistisch gesehen eine Magnitude⁹ stärker sein als ein Jahrhundert-Beben. Ein Jahrmillionen-Beben überträfe ein Jahrtausend-Beben gar um drei Magnituden. Diese Zahlen illustrieren die Skalenfreiheit der Pareto-Verteilung.

Man könnte aus dem Gesagten den falschen¹⁰ Schluss ziehen, das Schlimmste läge noch vor uns. Man müsse ja bloß lange genug warten. Zwar hat die Natur noch viel Gewaltigeres in Petto, als wir mit unserem begrenzten Zeithorizont vermutlich erleben werden, aber das gilt natürlich auch im Hinblick auf die Vergangenheit! Mit Fug und Recht könnte man auch behaupten, das Schlimmste läge hinter uns! Geologen und Theologen wissen tatsächlich von zivilisationsbedrohenden Ereignissen in grauer Vorzeit zu berichten, man denke nur an die biblische Sintflut.

Aber, fragt sich der Zeitungsleser, sollte die globale Erwärmung nicht ...? Es gibt tatsächlich plausible Argumente, die für eine wirkliche Zunahme von extremen Wetterereignissen sprechen, bloß statistisch beweisen lässt sich das aus den bekannten Gründen nicht. Das einzige, was sich andeutet, ist, dass über die Jahrzehnte die Wirbelsturmhäufigkeit systematisch schwankt. Einige sprechen vom El-Niño-Effekt, andere sehen die Nord-Atlantik-Oszillation in der Verantwortung, wieder andere lesen aus den Aufzeichnungen von 130 Jahren einen Trend heraus. Das grenzt an Kaffeesatzleserei! Wissenschaft ist nicht ohne Grund konservativ: Um nicht von „Entdeckungen“ überflutet zu werden hält sie es mit Albert Einstein: „Man muss die Dinge so einfach wie möglich machen. Aber nicht einfacher.“ Es gibt, aus der Sicht des Statistikers, derzeit keinerlei Notwendigkeit, komplizierte „Szenarien“ in Betracht zu ziehen. Im Gegenteil: Dies verringerte nur die

⁹Heute gibt man die Erdbebenstärke in Magnituden an. Eine zusätzliche Magnitude entspricht einer Zunahme der seismischen Energie um den Faktor $\sqrt{1000} = 31,6$.

¹⁰Die Versicherungsschäden nähmen tatsächlich zu, da zum einen die Anzahl der Menschen in gefährdeten Regionen zunimmt, zum anderen der Wohlstand.

Glaubwürdigkeit! Der Politiker, dem angesichts unberechenbarer Naturgewalten die öffentliche Wohlfahrt am Herzen liegt, kommt nicht umhin, weise zu entscheiden, was er für richtig und verantwortbar hält – ohne Rückgriff auf die Wissenschaft¹¹. (Die öffentliche Erwartung ist inzwischen derart hoch, dass es sich ein Forscher von Rang kaum noch leisten kann, zuzugeben, er wisse irgendetwas nicht.)

Apropos Pareto, haben Sie schon vom Pareto-Optimum gehört? Das ist immer dann erreicht, wenn man eine Person oder Sache nicht mehr besser stellen bzw. machen kann, ohne eine andere Person oder Sache zurückzusetzen bzw. zu verschlechtern. So stellte sich Pareto eine ökonomisch zufriedene Gesellschaft vor! Aus aktuellem Anlass betrachten wir unter diesem Gesichtspunkt den Dieselmotor. Um Brennstoffverbrauch und damit CO₂-Ausstoß zu senken, gibt es bei Wärmekraftmaschinen nur einen Weg: Die Erhöhung der (relativen) Temperaturdifferenz. Leider bilden sich bei der hohen Lufttemperatur im Brennraum Stickoxide, die NO_x. Der Ingenieur steht vor einem Dilemma: Am Pareto-Optimum kann man das Eine nur noch zulasten des Anderen verbessern und umgekehrt, d. h. eine weitere Verbesserung der Energieeffizienz zieht unweigerlich mehr NO_x nach sich! Jede Maßnahme, den NO_x-Ausstoß in die Umwelt zu verringern, kostet Motorleistung¹² und erhöht damit die CO₂-Emission. Man muss kein Techniker sein, um diesen Zusammenhang zu sehen. Wie weit die Motortechnik noch vom Pareto-Optimum entfernt ist, vermag ein Kosmos-Bote natürlich nicht einzuschätzen. Irgendwann jedoch ist die Technik ausgereift und ausgereizt, und spätestens dann stellt sich die Dieselfrage – mehr Klimaschutz oder weniger Atemwegserkrankungen?

¹¹Klimamodelle können zwar Hinweise geben, sie sollten aber niemals mit der Wirklichkeit verwechselt werden. Die Gleichsetzung von Modell und Wirklichkeit ist ein Kardinalfehler! Daraus, dass ein Modell die Vergangenheit erfolgreich beschreibt, folgt nicht, dass es auch nur den nächsten Tag übersteht.

¹²In den USA, wo der NO_x-Grenzwert halb so hoch ist wie der EU-Grenzwert für Dieselmotoren, nimmt man offenbar höheren Spritverbrauch in Kauf.